

Theoretische Untersuchung der Dispersion
und Feldverteilung von Wellentypen
einer Mikrostreifenleitung mit gyrotropem
Substrat

von
Jacques Borburgh

Erlangen 1976



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Theoretische Untersuchung der Dispersion und Feldverteilung von Wellentypen einer Mikrostreifenleitung mit gyrotropem Substrat

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
Doktor - Ingenieur

vorgelegt von
Jacques Borburgh

Erlangen 1976



Als Dissertation genehmigt von
Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der Einreichung:	11. Februar 1976
Tag der Promotion:	16. Juni 1976
Dekan:	Professor Dr. rer. nat. H. J. Schneider
Berichterstatter:	Professor Dr.-Ing. H. Brand Professor Dr.-Ing. R. Unbehauen

InhaltsverzeichnisSeite

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichen	III
1. Einleitung	1
2. Überblick über bisherige Untersuchungen	3
2.1 Probleme bei der Berechnung der Mikrostreifenleitung	3
2.2 Mikrostreifenleitung auf isotropem Substrat	4
2.3 Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat	5
2.4 Ziel vorliegender Arbeit	7
3. Feldgleichungen in einem magnetisch anisotropen Medium	8
3.1 Allgemeine theoretische Grundlagen	8
3.2 Das isotrope Medium als Grenzfall	12
3.3 Das gyrotrope Medium	13
3.3.1 Vormagnetisierungsrichtung parallel zur Leiterachse	14
3.3.2 Vormagnetisierungsrichtung senkrecht zur Leiterachse	16
3.3.3 Permeabilitätstensor für ein gyotropes Medium	17
4. Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat	23
4.1 Überlegungen zur Wahl der Vormagnetisierungsrichtung	23
4.2 Feldtheoretische Behandlung einer Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat, bei der das Substrat senkrecht zur Substratoberfläche vormagnetisiert ist	24
4.2.1 Gebiet oberhalb der Mikrostreifenleitung ($x > h$)	25
4.2.2 Gebiet unterhalb der Mikrostreifenleitung ($0 \leq x < h$) ..	27
4.2.3 Grenzbedingungen bei $x=0$ und $x=h$	30
4.2.4 Hinreichende Bedingungen für die Existenz der Fouriertransformierten der Feldkomponenten	33
4.2.5 Asymptotisches Verhalten der Gewichtsfunktionen, das Verhalten der Lösungen der Wellengleichung	36
4.2.6 Entartung der Wellengleichung	39
5. Die Bestimmung des Phasenmaßes	41
5.1 Gleichungssystem für das Phasenmaß β	41
5.2 Definitionsintervall für das Phasenmaß β	44

6.	Die normierte Oberflächenstromdichte	47
6.1	Bedingungen für die Felder an der Streifenleiter- kante	47
6.2	Die mathematische Beschreibung der Oberflächenstrom- dichte	53
7.	Numerische Lösung	60
7.1	Überlegungen zum numerischen Verfahren	60
7.2	Numerische Berechnung der Feldkomponenten in der Grenzschicht $x=h$	64
8.	Ergebnisse	67
9.	Weitere Möglichkeiten zur Anwendung des Verfahrens .	94
9.1	Andere Leitungsstrukturen	94
9.1.1	Die gekoppelte Mikrostreifenleitung	94
9.1.2	Schlitzleitung	95
9.2	Andere Substratmaterialien	98
9.2.1	Substratmaterial mit dielektrischer Anisotropie	98
10.	Gesichtspunkte zur Entwicklung von Bauelementen	100
11.	Zusammenfassung	102
	Anhang A - E	104
	Schrifttum	123

Verzeichnis der verwendeten Formelzeichena) Naturkonstanten

$c_0 = 2,998 \text{ cm s}^{-1}$	Vakuumllichtgeschwindigkeit
$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14} \text{ As V}^{-1} \text{ cm}^{-1}$	Vakuumdielektrizitätskonstante
$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-8} \text{ As A}^{-1} \text{ cm}^{-1}$	Vakuumpermeabilitätskonstante
$Z_0 = 377 \text{ } \Omega$	Wellenwiderstand des freien Raumes
$\gamma_0 = -2,21 \cdot 10^7 \text{ cm A}^{-1} \text{ s}^{-1}$	gyromagnetisches Verhältnis des freien Elektrons

b) Mathematische und physikalische Größen
Schreibweise und Operatoren

Fouriertransformierte Größen werden durch Überschreiben mit ~ charakterisiert, z.B.: $\tilde{H}$

Matrizen werden durch Unterschreiben lateinischer Buchstaben mit einem Punkt gekennzeichnet, z.B.: $\underline{A}$

Vektoren lateinische Buchstaben mit übergesetztem Pfeil, z.B.: $\vec{H}$

Tensoren griechische Buchstaben mit übergesetztem Doppelpfeil, z.B.: $\vec{\vec{T}}$

$\underline{A}^{-1}$ Inverse Matrix von $\underline{A}$

$\text{Det}(\underline{A})$ Determinante von $\underline{A}$

$|a|$ Betrag von a

a^* a konjugiert komplex

Im, Re Imaginärteil, Realteil

$d\varphi, \dots$ Differentiationszeichen $(\frac{d}{d\varphi}) \dots$

$\partial\varphi, \dots$ partielles Differentiationszeichen $(\frac{\partial}{\partial\varphi}) \dots$

∇^2, ∇_t^2 Delta-Operator, Transversalkomponente des Delta Operators

$\epsilon, \notin$ Element von, kein Element von

$O(h), o(h)$ von der Ordnung h (Landausche Symbole)

Wichtigste Formelzeichen

$\underline{A}$	Matrix
$A_1, A_{11}, \dots$	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
a_1, a_2	Koeffizienten in Wellengleichungen
a_x, a_y, a_{xx}	Separationskonstanten
$a_m, a_{mn}, \bar{a}_{mn}$	Entwicklungskoeffizienten einer Reihenentwicklung
$\underline{B}$	Matrix
$B_i, B_{11}, \dots$	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
b_1, b_2, b_3	Koeffizienten in Wellengleichungen
b_x, b_y, b_{yy}	Separationskonstanten
$b_m, b_{mn}, \bar{b}_{mn}$	Entwicklungskoeffizienten einer Reihenentwicklung
$\underline{C}$	Matrix
C_i	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
$c_{mn}, \bar{c}_{mn}$	Entwicklungskoeffizienten einer Reihenentwicklung
c_1, c_2, c_3	Koeffizienten in Wellengleichungen
$\underline{D}$	Matrix
D_i	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
d_{11}, d_{12}	Abkürzungen, s. Gl. (4.11)
d_s	Abkürzung, s. Gl. (4.42)
$\vec{E}, E_x, \dots$	elektrische Feldstärke, x-Komponente ...
$\vec{e}_x, \dots$	Einheitsvektor parallel zur x-Achse ...
$\exp(a)$	Exponentialfunktion (e^a mit $e = 2.71828\dots$)
F_m	Lösungsfunktion einer Differentialgleichung

$F(p)$	Funktion von p
$F_{as}(p)$	die von $F(p)$ zu bildende asymptotische Entwicklung
$f(p)$	Funktion von p
f	Frequenz
G_1, G_2	Abkürzungen (Anhang D)
G_{mn}	Gewichtsfunktionen
g	Landé-Faktor
g_0, g_2	Koeffizienten in einer Differentialgleichung
g_{12}	Abkürzungen, s. Gl. (7.6a)
$\vec{H}, H_x, \dots$	magnetische Feldstärke, x -Komponente ...
H_0^i, H^i	inneres magnetisches Gleichfeld, normiertes magnetisches Gleichfeld (H_0^i/M_S)
$H_{\mu_1}^i = 0$	H^i bei $\mu_1 = 0$
h	Höhe der Substratschicht
i	ganze reelle Zahl
J_n	Besselfunktion erster Art n -ter Ordnung
j	imaginäre Einheit
K	Konstante
$\vec{K}, K_x, \dots$	normierte Oberflächenstromdichte, x -Komponente
$K_{y,n}, K_{z,n}$	Basisfunktionen in der Reihenentwicklung für K_y und K_z
$K_{m,n}^{(1,1)}, K_{m,n}^{(1,2)}, \dots$	innere Produkte
$K_m, \bar{K}_m$	Amplitudenkonstante
k, k_0	Wellenzahl, Wellenzahl des freien Raumes
k_x, k_y, k_z	Separationskonstanten
L	Spaltenmatrix (longitudinale Feldkomponenten)
L_i	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
$L_m, \bar{L}_m$	Amplitudenkonstanten

$\underline{M}$	Matrix bzw. Basistransformationsmatrix
M_i	Amplitudenkonstante in der Entwicklung der Feldgrößen
M_s	Sättigungsmagnetisierung
M, M_y, M_z	obere Summationsgrenzen
M_p	Anzahl der Stützstellen in der Gaußschen Quadratur
$m_{11}, m_{12}, \dots$	Elemente der Matrix $\underline{M}$
m	ganze reelle Zahl
n	ganze reelle Zahl
$\underline{P}$	Matrix
$p, \bar{p}$	Fouriervariable, normierte Fouriervariable ($p = \omega p/2$)
p_{1d}, p_{2d}	Wurzeln, s. Gl. (4.44a)
p_1, p_2	Wurzeln, s. Gl. (4.49)
$\bar{p}_{\max}$	obere Integrationsgrenze
$\underline{Q}, \underline{Q}^0, \underline{Q}^e$	Matrizen (Anhang B)
Q	obere Integrationsgrenze
$Q_1, Q_2, \dots$	Abkürzungen (Anhang D)
$\underline{R}, \underline{R}^0, \underline{R}^e$	Matrizen (Anhang B)
$\vec{S}, S_x, \dots$	Poynting-Vektor, x-Komponente ...
$\underline{S}^e, \underline{S}^0$	Matrizen (Anhang B)
S	Maxwellfunktion
s_i, s	Wurzeln einer biquadratischen Wellengleichung
$\underline{T}$	Spaltenmatrix (transversale Feldkomponente)
t_m	Exponent
$U, U_1, \dots$	Hilfsfunktionen
$V, V_1, \dots$	Hilfsfunktionen
v	Phasengeschwindigkeit
ω_s	normierte Magnetisierungsfrequenz ($\omega/(\gamma M_s)$)

w	Breite des Streifenleiters
x, y, z	kartesische Koordinaten
$\bar{y}$	normierte y-Koordinate ($\bar{y} = 2y/w$)
α	phänomenologische Dämpfungskonstante
$\gamma_x, \dots$	Dämpfungsmaß ($\text{Re}(\gamma_x)$) ...
$\alpha_{mn}, \bar{\alpha}_{mn}$	Koeffizienten in einer Reihenentwicklung
β	relatives Phasenmaß (β_z/k_0)
$\beta_x, \dots$	Phasenmaß ($\text{Im}(\gamma_x)$) ...
β_p	Abkürzung in Gl. (8.3)
β_{is}	relatives Phasenmaß für den isotropen Fall
β_{ab}	Abstrahlungsgrenze der relativen Phasenmaße
$\bar{\beta}_{mn}, \bar{\beta}_{mn}$	Koeffizienten in einer Reihenentwicklung
γ	gyromagnetisches Verhältnis
$\gamma_x, \dots$	Phasenmaß (Ausbreitung parallel zur x-Achse) ...
$\gamma_{mn}, \bar{\gamma}_{mn}$	Koeffizienten
Δ	Differenz
ϵ, ϵ_r	Dielektrizitätszahl
$\vec{\epsilon}_2, \epsilon_p$	relativer Dielektrizitätstensor (Gebiet 2), Element von $\vec{\epsilon}_2$
ϵ_f	Dielektrizitätskonstante des gyrotropen Substrats ($\epsilon_0 \cdot \epsilon_r$)
η	normierter Wellenwiderstand des freien Raumes
$\lambda_{1,2}$	Eigenwerte
$\lambda_{11}, \dots$	Abkürzungen in Gl. (6.4a)
l	ganze reelle Zahl
μ_r	Permeabilitätszahl
$\vec{\mu}_r, \mu_{xx}, \dots$	relativer Permeabilitätstensor, Element von $\vec{\mu}_r$
$\vec{\mu}_f$	Permeabilitätstensor des gyrotropen Substrats
μ_1, μ_2	Elemente von $\vec{\mu}_f/\mu_0$

VIII

μ_{eff}	effektive Permeabilitätszahl
ν	ganze reelle Zahl
π	transzendente Zahl = 3.14159
ρ, φ	kreiszyklindrische Transversal-Koordinaten
τ	Zahl aus $-1 < \tau < 0$
σ	Ladungsdichte
ω	Kreisfrequenz

1. Einleitung

Die Technik integrierter Mikrowellenschaltungen hat in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen und die bekannten Schaltungen in konventioneller Hohlleiter- und Koaxialtechnik in bestimmten Bereichen der Hochfrequenztechnik ersetzt oder sinnvoll ergänzt.

Es handelt sich dabei um die Verwendung spezieller planarer Leitungsstrukturen (z.B. Streifen- und Schlitzleitungen) und daraus abgeleiteter Bauelemente, die in integrierter Form eine starke Miniaturisierung der Schaltungen ermöglichen und damit neue Anwendungsgebiete erst erschließen.

Von allen Streifenleitungstypen, die diskutiert und zum Teil theoretisch und experimentell untersucht wurden, hat die unsymmetrische Streifenleitung, wie sie in Bild 1 dargestellt ist, in der Praxis am meisten Anwendung gefunden.

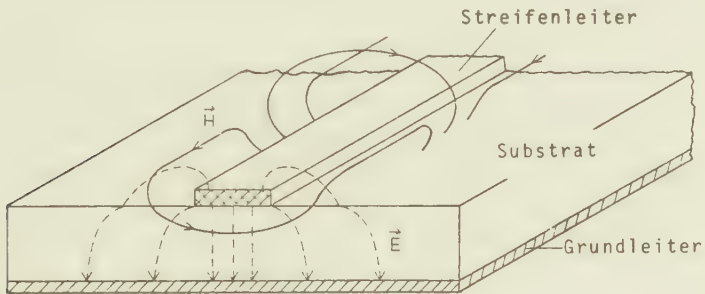


Bild 1: Die Mikrostriemenleitung auf isotropem Substrat und Darstellung der Feldverteilung der Grundwelle (EH_0)

Wesentlicher Bestandteil der in Bild 1 dargestellten Leitung ist ein flacher metallischer Streifen, der auf ein isolierendes Substratmaterial aufgebracht ist und parallel zu einer metallischen Grundplatte geführt wird, die ebenso wie die Substratschicht seitlich auf einige Wellenlängen begrenzt ist. Diese Leitung wird üblicherweise in einem Frequenzbereich betrieben, bei dem sich die ausbreitenden Wellen näherungsweise durch

die in Bild 1 skizzierten Feldlinien gekennzeichnet sind. *) Eine feldtheoretische Berechnung der unsymmetrischen Streifenleitung in exakt geschlossener Form ist nicht möglich, selbst dann nicht, wenn für die einzelnen Materialien der Leitungsstruktur idealisierende Annahmen getroffen werden. Wegen der bereits erwähnten großen technischen Bedeutung dieser Leitung sind in den letzten Jahren eine beachtliche Zahl von Publikationen erschienen, die sich mit der theoretischen Untersuchung der verlustlosen Streifenleitung auf isotropem Substratmaterial beschäftigen. In der vorliegenden Arbeit wird die unsymmetrische Streifenleitung auf anisotropem, insbesondere gyrotropem Substratmaterial (Ferrite, Granate) untersucht. Wir wenden dazu das sogenannte Ortsfrequenz-Verfahren an, welches es möglich macht, bis zu beliebig hohen Frequenzen hin die Dispersion des technisch interessanten Grundwellentyps und die Kenngrößen höherer Wellentypen zu berechnen. Außerdem wird die Stromverteilung sowie die Verteilung der elektrischen und magnetischen Feldstärke auf der Leitung ermittelt.

Im internationalen Schrifttum hat sich für die spezielle, in Bild 1 dargestellte unsymmetrische Streifenleitung die Bezeichnung "MICRO-STRIP"-Leitung durchgesetzt. Für Sie soll im folgenden die deutsche Bezeichnung "Mikrostreifenleitung" verwendet werden.

*) Bei isotropem Substratmaterial.

2. Überblick über bisherige Untersuchungen

2.1 Probleme bei der Berechnung der Mikrostreifenleitung

Die in der Einleitung beschriebene Mikrostreifenleitung wird in diesem und in allen folgenden Kapiteln in folgender idealisierter Form betrachtet:

Substrat und Grundleiter seien seitlich unbegrenzt. Der Streifenleiter habe eine vernachlässigbar kleine Dicke.

Alle Medien seien verlustlos.

Verlustfreiheit bedeutet dabei für die Bereiche Substrat und Luft verschwindend kleine Leitfähigkeit sowie für die metallischen Materialien unbegrenzt hohe Leitfähigkeit. Diese Annahme ist auch bei der Untersuchung der Dispersion und der Feldverteilung von Wellentypen auf schwach verlustbehafteten Mikrowellenleitungen üblich und bei der Mikrostreifenleitung realistisch. Linearität und Homogenität der Medien werden a priori vorausgesetzt. Für die theoretische Untersuchung dieser Streifenleitung wird ferner angenommen, daß die Quellen, welche die Felder auf der Leitung anregen, im unendlich Fernen liegen. Bei der feldtheoretischen Berechnung einer solchen Leitung handelt es sich dann um ein Eigenwertproblem, bei dem z.B. für eine vorgegebene Frequenz, d.h. bei harmonischer Zeitabhängigkeit der Felder, physikalisch sinnvolle Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen zu finden sind, die die durch die Leitungsgeometrie vorgegebene Randbedingungen erfüllen.

Die in der Einleitung erwähnten Schwierigkeiten bei der feldtheoretischen Beschreibung der Mikrostreifenleitung sind in folgenden Eigenschaften des Leitungsquerschnitts zu finden /19/:

1. Durch das Vorhandensein eines inhomogenen Leitungsquerschnitts können auf der Leitung nur hybride Feldtypen existieren, die gleichzeitig alle sechs Feldkomponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke besitzen.

2. Der Leitungsquerschnitt ist im Halbraum oberhalb der metallischen Grundplatte unendlich weit ausgedehnt. Die Eigenschaften solcher offenen Wellenleiter werden dadurch charakterisiert, daß die elektromagnetische Energie nicht auf ein endliches Gebiet begrenzt ist.
3. Für die Geometrie dieser unsymmetrischen Streifenleitung gibt es kein geeignetes Koordinatensystem, für das unter Berücksichtigung der Grenzbedingungen Ansätze für die elektrischen und magnetischen Felder möglich sind, die zu einer analytischen Lösung der Maxwellschen Gleichungen durch Separation der Variablen führen.

Die bisher bekanntgewordenen Methoden zur Berechnung der Mikrostreifenleitung auf isotropem Substratmaterial können nach der Art der zu den Punkten 1 und 2 getroffenen Vereinfachungen und nach der mathematischen Behandlung des im Punkt 3 beschriebenen Eigenwertproblems unterschieden werden.

Die wichtigste Näherung, die in einem Teil der Arbeiten eingeführt wird, betrifft den Punkt 1.

Ist die Wellenlänge sehr viel größer als die transversalen Abmessungen dieser Leitung (Substratdicke, Streifenleiterbreite), so lassen sich die longitudinalen Feldkomponenten vernachlässigen. Mit dieser Näherung ist es nun möglich, daß die Ausbreitungsmaße des "statischen" sogenannten "Quasi-TEM-Wellentyps" zu bestimmen sind.

Wird diese vereinfachende Annahme nicht getroffen, so handelt es sich bei der feldtheoretischen Behandlung um ein elektrodynamisches Problem, das mit wesentlich größerem mathematischem Aufwand gelöst werden muß.

2.2 Mikrostreifenleitung auf isotropem Substrat

Von ERMERT /20/ werden die bisher angewandten Berechnungsverfahren für die Mikrostreifenleitung auf einem isotropen Substratmaterial ausführlich besprochen. Dabei wird unterschieden, ob sie zu den statischen oder den dynamischen Methoden gezählt

werden können. Zur Kategorie der dynamischen Verfahren gehört die für unsere Untersuchungen wichtige Methode, die darin besteht, die Feldgleichungen bezüglich der Transversalkoordinate, welche parallel zur Substratoberfläche verläuft, in den Ortsfrequenzbereich zu transformieren. Dieses Verfahren wird in /21/-/24/ für die zweidimensional offene und in /25/ für die eindimensional (seitlich) offene Leitung angewandt.

In all diesen Veröffentlichungen wird betont, daß zur Bestimmung der Phasenmaße nur ein relativ geringer numerischer Aufwand notwendig ist.

2.3 Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat

Die ersten, hauptsächlich experimentellen Untersuchungen an Mikrostreifenleitung auf gyotropen Substratmaterialien (Ferrit) sind 1953 durch die Arbeit von ARDITI /26/ bekannt geworden. 1958 veröffentlichte BRODWIN /27/ die erste theoretische Arbeit über dieses Thema. Als Berechnungsmodell verwendete er die symmetrische Bandleitung (/8/, S.3) mit einem in der Ausbreitungsrichtung vormagnetisierten Ferrit-Substrat (Bild 2a). Das Berechnungsverfahren von BRODWIN - er arbeitete mit der sogenannten Quasi-TEM-Näherung - führte zu einer ersten Einsicht in Zusammenhänge zwischen Phasenmaß und Vormagnetisierungsfeldstärke. MINOR und BOLLE /28/ betrachteten die Mikrostreifenleitung auf einem Ferrit-Substrat in einer vollkommen geschlossenen metallischen Abschirmung mit rechteckförmiger Geometrie und wendeten das "Mode-Matching"-Verfahren an. Für den speziellen Fall, bei dem die Vormagnetisierung parallel zur Substratoberfläche und senkrecht zur Leiterachse gerichtet ist (Bild 2b), ermittelten sie eine ähnliche Integralgleichung (gekoppelte Fredholm-Integralgleichungen erster Art) wie ZYSMAN und VARON /29/.

KANEKI /30/ und HOFMANN /31/ betrachteten die gleiche Geometrie wie MINOR und BOLLE; sie wählten jedoch die Vormagnetisierungsrichtung nach Bild 2a. KANEKI benutzte ein Variationsverfahren und wählte für die sogenannte "trial-function" die TEM-Lösung. HOFMANN dagegen wendete zur Beschreibung dieser

Leitung die Quasi-isotrope Approximation (/1/, S.91-92) an. Diese Näherung ist nur für einen bestimmten Frequenzbereich zulässig. Für die zweidimensional offene Mikrostreifenleitung mit der hier genannten Vormagnetisierungsrichtung wird in /32/ durch Anwendung des Variations-Verfahrens und in /21/ durch das Ortsfrequenzverfahren beschrieben. Nur in /33/ wird die Mikrostreifenleitung auf einem gyotropen (Ferrit) Substratmaterial mit der Vormagnetisierungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht zur Substratoberfläche (Bild 2c) untersucht. Dabei wurden die auftretenden TE-Wellen zur näherungsweisen Beschreibung des hybriden Charakters der Wellen verwendet. Diese Approximation ist eine erweiterte Form des Quasi-TEM-Verfahrens, welche für einen begrenzten Frequenzbereich zulässig ist. Da allein die Vormagnetisierungsrichtung nach Bild 2c für die meisten Komponenten der integrierten Schaltungstechnik von technischem Interesse ist, wird hauptsächlich diese in der vorliegenden Arbeit betrachtet.

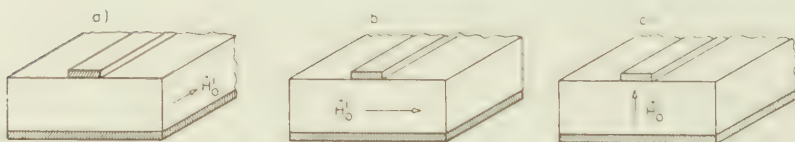


Bild 2: Verschiedene Vormagnetisierungsrichtungen einer Mikrostreifenleitung bei gyotropem Substratmaterial (Querschnittsdarstellung)

2.4 Ziel vorliegender Arbeit

Wie in Abschnitt 2.3 bemerkt wurde, ist Hauptgegenstand dieser Arbeit die Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substratmaterial. Die Vormagnetisierungsrichtung steht dabei senkrecht zur Substratoberfläche und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Diese Mikrostreifenleitung wird ohne feldtheoretische Näherungen, jedoch innerhalb des Gültigkeitsbereiches der Kleinsignal-Theorie der Wechsellmagnetisierung untersucht. Das dispersive Verhalten und der elektromagnetische Feldverlauf werden numerisch ermittelt. Dabei sind die Zusammenhänge zwischen Geometrie der Streifenleitung, Vormagnetisierungsfeldstärke und Betriebsfrequenz von Interesse.

Diese Aussagen ermöglichen eine genauere ggf. rechnergestützte Dimensionierung bekannter oder neuartiger nicht reziproker Bauelemente. In Kap. 10 wird die Kenntnis des Feldverlaufs dazu benutzt, Konsequenzen hinsichtlich möglicher optimaler geometrischer Strukturen einiger Bauelemente zu ziehen.

3. Feldgleichungen in einem magnetisch anisotropen Medium

3.1 Allgemeine theoretische Grundlagen

Im folgenden werden zunächst die Relationen zwischen den elektromagnetischen Größen im Medium, das durch die skalare Dielektrizitätskonstante $\epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ und die tensorielle Permeabilität $\mu_0 \cdot \vec{\mu}_r$ charakterisiert ist, aufgestellt. Dazu verwenden wir die kartesischen Koordinaten x, y, z ; in dieser Reihenfolge bilden sie ein rechtshändiges System. Ferner benutzen wir für alle Wechselgrößen der Frequenz $f = \omega/2\pi$ die komplexe Zeigerdarstellung. Bei einem zylindrischen Wellenleiter, dessen Querschnittsstruktur unabhängig von der Ausbreitungsordinate ist, sind die Feldkomponenten bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Leiterachse durch die Exponentialfunktion $\exp(-\gamma_z z)$ gekennzeichnet. Dabei verläuft die z -Achse parallel zur Leiterachse. Diese Feldtypen sind im angelsächsischen Schrifttum als "modes" bekannt und lassen sich anhand des Wertes von γ_z klassifizieren. Je nach Art des Wellenleiters und Lage der Frequenz gibt es Wellentypen (γ_z imaginär), Dämpfungstypen (γ_z reell) und Strahlungstypen (γ_z komplex).

Um in den Maxwell'schen Gleichungen eine gewisse Symmetrie herzustellen, definieren wir die folgenden Größen:

$$k_0 = \omega(\epsilon_0 \mu_0)^{1/2} = \omega/c_0 \quad ,$$

$$\eta = -jZ_0 \quad , \quad (3.1)$$

$$Z_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$$

mit c_0 als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und Z_0 Wellenwiderstand des freien Raumes.

Damit erhalten die Maxwell'schen Gleichungen die Form:

$$\text{rot } \vec{E} = k_0 \vec{\mu}_r (n \vec{H}) \quad ,$$

$$\text{rot}(n \vec{H}) = k_0 \epsilon_r \vec{E} \quad .$$

(3.2)

Werden die Feldvektoren durch

$$\vec{E} = \{\vec{e}_x E_x(x,y) + \vec{e}_y E_y(x,y) + \vec{e}_z E_z(x,y)\} \exp(-\gamma_z z) \quad , \quad (3.3)$$

$$\vec{H} = \{\vec{e}_x H_x(x,y) + \vec{e}_y H_y(x,y) + \vec{e}_z H_z(x,y)\} \exp(-\gamma_z z)$$

definiert, so können unter Berücksichtigung der z-Abhängigkeit aller Größen (man ersetze $\frac{\partial}{\partial z}$ durch $-\gamma_z$) die Maxwell'schen Gleichungen in eine Matrixform

$$\begin{bmatrix} 0 & -\gamma_z & -\partial_y & k_0 \mu_{xx} & k_0 \mu_{xy} & k_0 \mu_{xz} \\ \gamma_z & 0 & \partial_x & k_0 \mu_{yx} & k_0 \mu_{yy} & k_0 \mu_{yz} \\ \partial_y & -\partial_x & 0 & k_0 \mu_{zx} & k_0 \mu_{zy} & k_0 \mu_{zz} \\ k_0 \epsilon_r & 0 & 0 & 0 & -\gamma_z & -\partial_y \\ 0 & k_0 \epsilon_r & 0 & \gamma_z & 0 & \partial_x \\ 0 & 0 & k_0 \epsilon_r & \partial_y & -\partial_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ \eta H_x \\ \eta H_y \\ \eta H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (3.4)$$

umgeschrieben werden, wobei ∂_x und ∂_y die partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x}$ und $\frac{\partial}{\partial y}$ darstellen. Der relative Permeabilitätstensor $\vec{\mu}_r$ ist dimensionslos und durch

$$\vec{\mu}_r = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

gegeben.

Nach Umordnung kann das Gleichungssystem (3.4) durch Untermatrizen in folgender Form abkürzend geschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ L \end{bmatrix} = 0 \quad . \quad (3.6)$$

Dabei sind

$$\underline{\dot{A}} = \begin{bmatrix} -\gamma_z & k_0 \mu_{xx} & k_0 \mu_{xy} & 0 \\ k_0 \epsilon_r & \gamma_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_z & k_0 \epsilon_r \\ 0 & k_0 \mu_{yx} & k_0 \mu_{yy} & \gamma_z \end{bmatrix}, \quad (3.6a)$$

$$\underline{\dot{B}} = \begin{bmatrix} -\partial_y & k_0 \mu_{xz} \\ 0 & \partial_x \\ 0 & -\partial_y \\ \partial_x & k_0 \mu_{yz} \end{bmatrix}, \quad (3.6b)$$

$$\underline{\dot{C}} = \begin{bmatrix} -\partial_x & k_0 \mu_{zx} & k_0 \mu_{zy} & \partial_y \\ 0 & \partial_y & -\partial_x & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.6c)$$

$$\underline{\dot{D}} = \begin{bmatrix} 0 & k_0 \mu_{zz} \\ k_0 \epsilon_r & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.6d)$$

die Untermatrizen. Die Spalte $\underline{\dot{T}}$, definiert durch

$$\underline{\dot{T}} = \begin{bmatrix} E_y \\ n H_x \\ n H_y \\ E_x \end{bmatrix}, \quad (3.6e)$$

enthält die Komponenten des transversalen Feldes, die Spalte $\underline{L}$, definiert durch

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} E_z \\ \eta H_z \end{bmatrix}, \quad (3.6f)$$

die longitudinalen Feldkomponenten.

Aus Gl. (3.6) folgt

$$\underline{T} = -\underline{A}^{-1} \underline{B} \underline{L}. \quad (3.7)$$

Dabei sei $\text{Det}(\underline{A}) \neq 0$ und $\underline{L}$ eine Lösung der Gleichung

$$(\underline{D} - \underline{C} \underline{A}^{-1} \underline{B}) \underline{L} = 0. \quad (3.8)$$

Unter Hinweis auf Anhang A (Gleichungen A.1-A.4) ist $\underline{T}$ gegeben durch

$$\underline{T} = \frac{1}{\text{Det}(\underline{A})} \begin{bmatrix} -\gamma_z (k_y^2 \partial_y + k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \partial_x) & -a_{xx} \partial_x - \gamma_z^2 k_0 \mu_{xy} \partial_y + \gamma_z a_y \\ \epsilon_r k_0 (k_y^2 \partial_y + k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \partial_x) & -\gamma_z (k_y^2 \partial_x - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \partial_y) - \epsilon_r k_0 a_y \\ -\epsilon_r k_0 (k_x^2 \partial_x + k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} \partial_y) & -\gamma_z (k_x^2 \partial_y - k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} \partial_x) - \epsilon_r k_0 a_x \\ -\gamma_z (k_x^2 \partial_x + k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} \partial_y) & \gamma_z^2 k_0 \mu_{yx} \partial_x + b_{yy} \partial_y - \gamma_z a_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z \\ \eta H_z \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

mit

$$\begin{aligned} k_x^2 &= k_0^2 \epsilon_r \mu_{xx} + \gamma_z^2, \\ k_y^2 &= k_0^2 \epsilon_r \mu_{yy} + \gamma_z^2, \\ \text{Det}(\underline{A}) &= k_x^2 k_y^2 - k_0^4 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yx}, \\ a_{xx} &= k_0 (k_y^2 \mu_{xx} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yx}), \\ b_{yy} &= k_0 (k_x^2 \mu_{yy} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yx}), \\ a_x &= k_0 (k_x^2 \mu_{yz} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} \mu_{xz}), \\ a_y &= k_0 (k_y^2 \mu_{xz} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yz}). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aus Gl. (3.8) folgt (siehe Anhang A, Gleichungen A.5)

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z \\ \eta H_z \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

mit

$$\begin{aligned} m_{11} &= \gamma_z k_0^2 \epsilon_r (\mu_{xy} \partial_x^2 - \mu_{yx} \partial_y^2) + \gamma_z (k_y^2 - k_x^2) \partial_x \partial_y - k_0 \epsilon_r (b_x \partial_x - b_y \partial_y) , \\ m_{12} &= a_{xx} \partial_x^2 + b_{yy} \partial_y^2 + \gamma_z^2 k_0 (\mu_{xy} + \mu_{yx}) \partial_x \partial_y - \gamma_z (a_y + b_y) \partial_x + \\ &\quad - \gamma_z (a_x + b_x) \partial_y - \epsilon_r k_0^2 (\mu_{zx} a_y + \mu_{zy} a_x) + k_0 \mu_{zz} \text{Det}(A) , \quad (3.12) \\ m_{21} &= \epsilon_r k_0 \{ k_x^2 \partial_x^2 + k_y^2 \partial_y^2 + k_0^2 \epsilon_r (\mu_{xy} + \mu_{yx}) \partial_x \partial_y + \text{Det}(A) \} , \\ m_{22} &= -\gamma_z k_0^2 \epsilon_r (\mu_{yx} \partial_x^2 - \mu_{xy} \partial_y^2) - \gamma_z (k_y^2 - k_x^2) \partial_x \partial_y + \epsilon_r k_0 (a_x \partial_x - a_y \partial_y) , \end{aligned}$$

und den Abkürzungen

$$\begin{aligned} b_x &= k_0 (k_x^2 \mu_{zy} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{zx}) , \\ b_y &= k_0 (k_y^2 \mu_{zx} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} \mu_{zy}) . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Der Sonderfall $\text{Det}(A) = 0$ wird in Abschnitt 4.2 behandelt.

3.2 Das isotrope Medium als Grenzfall

Beim isotropen Medium ist der Permeabilitätstensor $\vec{\mu}_r$ gegeben durch

$$\vec{\mu}_r = \mu_r \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Für die Komponenten des transversalen Feldes als Funktion der longitudinalen Feldkomponenten ergibt sich damit gemäß den Gleichungen (3.9), (3.10) und (3.14):

$$\begin{bmatrix} E_y \\ \eta H_x \\ \eta H_y \\ E_x \end{bmatrix} = \frac{-1}{k_0^2 \epsilon_r \mu_r + \gamma_z^2} \begin{bmatrix} \gamma_z \partial_y & k_0 \mu_r \partial_x \\ -\epsilon_r k_0 \partial_y & \gamma_z \partial_x \\ \epsilon_r k_0 \partial_x & \gamma_z \partial_y \\ \gamma_z \partial_x & -k_0 \mu_r \partial_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z \\ \eta H_z \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Aus den Gleichungen (3.11) bis (3.14) folgt für die longitudinalen Feldkomponenten:

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_z + (k^2 + \gamma_z^2) E_z &= 0, \\ \nabla^2 H_z + (k^2 + \gamma_z^2) H_z &= 0. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Darin ist $k = k_0 (\epsilon_r \mu_r)^{1/2}$ die Wellenzahl des betrachteten Raumes. Diese skalaren Wellengleichungen sind in der Literatur unter dem Namen "homogene Helmholtz'sche Gleichungen" bekannt.

3.3_Das_gyrotrope_Medium

In einem gyotropen Medium sind die Elemente des Permeabilitätstensors $\vec{\mu}$ abhängig von der Richtung, in der das Medium statisch vormagnetisiert wird. Es gibt zwei Hauptvormagnetisierungsrichtungen,

- a) senkrecht zur Substratoberfläche
- b) parallel zur Substratoberfläche.

Im folgenden werden diese beiden Vormagnetisierungsrichtungen beschrieben.

3.3.1 Vormagnetisierungsrichtung parallel zur Leiterachse

Das gyrotropen Medium wird in der z-Richtung statisch bis in die Sättigung vormagnetisiert, so daß der Permeabilitätstensor $\vec{\mu}_r$ /34/, /35/ durch

$$\vec{\mu}_r = \begin{bmatrix} \mu_1 & -j\mu_2 & 0 \\ j\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

gegeben ist. Dieser Tensor wird im angelsächsischen Schrifttum oft "Polder-tensor" genannt.

Die Abhängigkeit der Elemente μ_1 und μ_2 von der Betriebsfrequenz f , der Gleichfeldstärke H_0^i und der Magnetisierung M_s wird im Abschnitt 3.3.3 beschrieben.

Mit Hilfe dieses Tensors lassen sich die in (3.9) auftretenden und in (3.10) definierten Größen auf die Form

$$k_x^2 = k_y^2 = k_0^2 \epsilon_r \mu_1 + \gamma_z^2, \quad ,$$

$$\text{Det}(A) = k_x^4 - k_0^4 \epsilon_r^2 \mu_2^2, \quad ,$$

$$a_{xx} = b_{yy} = k_0 (k_x^2 \mu_1 - k_0^2 \epsilon_r \mu_2^2) \quad , \quad (3.18)$$

$$a_x = 0 \quad ,$$

$$a_y = 0$$

bringen.

Die longitudinalen Feldkomponenten sind Lösungen der Wellengleichungen

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 (n H_z) + a (n H_z) + c (\sqrt{\epsilon_r} E_z) &= 0 \quad , \\ \nabla_t^2 (\sqrt{\epsilon_r} E_z) + b (\sqrt{\epsilon_r} E_z) + c (n H_z) &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (3.19)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= (k_0^2 \epsilon_r \mu_1 + \gamma_z^2) / \mu_1 \quad , \\ b &= \gamma_z^2 + k_0^2 \epsilon_r (\mu_1^2 - \mu_2^2) / \mu_1 \quad , \\ c &= j \gamma_z k_0 \sqrt{\epsilon_r} \mu_2 / \mu_1 \quad , \end{aligned} \quad (3.20)$$

die aus Gleichungen (3.11) bis (3.14) hergeleitet werden können. Nach WOLFF /36/ wird zur Entkopplung des Differentialgleichungssystems (3.19) der Ansatz

$$\begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta H_z \\ \sqrt{\epsilon_r} E_z \end{bmatrix} = \lambda_{1,2}^2 \begin{bmatrix} \eta H_z \\ \sqrt{\epsilon_r} E_z \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

gemacht, so daß die Eigenwerte λ_1 und λ_2 Lösungen einer Gleichung vierten Grades der Form

$$\lambda_{1,2}^4 - \lambda_{1,2}^2 (a+b) + ab - c^2 = 0 \quad (3.22)$$

sind.

Somit sind die einzelnen Feldkomponenten E_z und H_z aus zwei Wellengleichungen mit den Eigenwerten $\lambda_{1,2}$ zu bestimmen:

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 H_z + \lambda_{1,2}^2 H_z &= 0 \quad , \\ \nabla_t^2 E_z + \lambda_{1,2}^2 E_z &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (3.23)$$

Das Auftreten von zwei Eigenwerten λ_1 und λ_2 in der skalaren Wellengleichung (3.23) ist nun die theoretische Basis für die drei konventionellen nichtreziproken und passiven Bauelemente, nämlich den Gyrator, den Isolator und den Zirkulator.

3.3.2 Vormagnetisierungsrichtung senkrecht zur Leiterachse

Im Hinblick auf spätere Berechnungen wählen wir für die Vormagnetisierungsrichtung die x-Achse, so daß der Permeabilitätstensor $\vec{\mu}_r$ gegeben ist durch:

$$\vec{\mu}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & -j\mu_2 \\ 0 & j\mu_2 & \mu_1 \end{bmatrix} . \quad (3.24)$$

Mit Hilfe dieses Tensors lassen sich die in (3.9) auftretenden und in (3.10) definierten Größen auf die Form

$$k_x^2 = k_0^2 \epsilon_r + \gamma_z^2 ,$$

$$k_y^2 = k_0^2 \epsilon_r \mu_1 + \gamma_z^2 ,$$

$$\text{Det}(A) = k_x^2 k_y^2 ,$$

$$a_{xx} = k_0 k_y^2 , \quad (3.25)$$

$$b_{yy} = k_0 k_x^2 \mu_1 ,$$

$$a_x = -jk_0^2 k_x^2 \mu_2 ,$$

$$a_y = 0$$

bringen.

Die longitudinalen Feldkomponenten sind gemäß Gl. (3.11) Lösungen der Wellengleichung

$$\begin{bmatrix} (a_2 \partial_y + a_1) \partial_x & b_3 \partial_x^2 + b_2 \partial_y^2 + b_1 \\ c_3 \partial_x^2 + c_2 \partial_y^2 + c_1 & (a_1 - a_2 \partial_y) \partial_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_z \\ \eta H_z \end{bmatrix} = 0 . \quad (3.26)$$

Dabei sind

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -jk_0 k_x^2 \epsilon_r \mu_2, & b_3 &= k_y^2, \\
 a_2 &= \gamma_z k_0 \epsilon_r (\mu_1 - 1), & c_1 &= \epsilon_r k_x^2 k_y^2, \\
 b_1 &= k_x^2 (\mu_1 k_y^2 - k_0^2 \epsilon_r \mu_2), & c_2 &= \epsilon_r k_y^2, \\
 b_2 &= \mu_1 k_x^2, & c_3 &= \epsilon_r k_x^2.
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

3.3.3 Permeabilitätstensor für ein gyotropes Medium

Die Elemente μ_1 und μ_2 aus den Permeabilitätstensoren (3.17) und (3.24) ergeben sich für ein verlustbehaftetes Medium gemäß /37,38,6/, zu:

$$\mu_1 = 1 + \frac{H^i + j\alpha W_S}{(H^i + j\alpha W_S)^2 - W_S^2}, \tag{3.28}$$

$$\mu_2 = - \frac{W_S}{(H^i + j\alpha W_S)^2 - W_S^2}, \tag{3.29}$$

mit den normierten Variablen

$$H^i = H_0^i / M_S,$$

$$W_S = 2\pi f / (|\gamma| M_S)$$

$$\alpha = |\gamma| \Delta H_0^a / (4\pi f)$$

und dem gyromagnetischen Verhältnis

$$\gamma = -g \cdot 1,05 \cdot 10^7 \text{ A}^{-1} \text{ cm sec}^{-1}.$$

Dabei sind nun:

- H_0^i = Vormagnetisierungs-Feldstärke im Material
- M_s = Sättigungs-Magnetisierung des Materials
- f = Betriebsfrequenz
- α = Dämpfungszahl
- ΔH_0^a = magnetische Halbwertsbreite der Kittel-Resonanz
(Differenz der Feldstärke H_0^a außerhalb der
Ellipsoid-Probe)
- g = Landéfaktor

Für z.B. die meisten Substratmaterialien aus Yttrium-Eisen-Granate hat im Frequenzbereich von $8.2 \div 12.4$ GHz (X-Band) die Halbwertsbreite einen Wert zwischen $60 \div 120 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-1}$.

Bei einer Frequenz von 9.4 GHz und einem Landéfaktor von $g = 2$ liegt der Wert für α zwischen 0.01 und 0.02 /39/.

In Bild 3.1a, Bild 3.1b, Bild 3.1c und Bild 3.1d sind $\text{Re}(\mu_1)$, $\text{Im}(\mu_1)$, $\text{Re}(\mu_2)$ und $\text{Im}(\mu_2)$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke H^i mit α als Parameter (bei einer Frequenz) dargestellt.

Bei einer Betriebsfrequenz von z.B. $f = 9.4\text{GHz}$ und $M_s = 955\text{A/cm}$ mit $g = 2.0$ ergibt sich für die normierte Frequenz $W_s = 2.8$.

Bemerkung:

Es läßt sich zeigen, daß im Gegensatz zu dem Tensor aus Gl. (3.17) der Tensor aus Gl. (3.24) invariant gegenüber Drehungen in der y-z-Ebene /1/ ist, so daß in diesem Fall (Vormagnetisierung parallel zur x-Achse) kein Unterschied zwischen γ_z^+ (Ausbreitung in positiver z-Richtung) und γ_z^- (Ausbreitung in negativer z-Richtung) besteht.

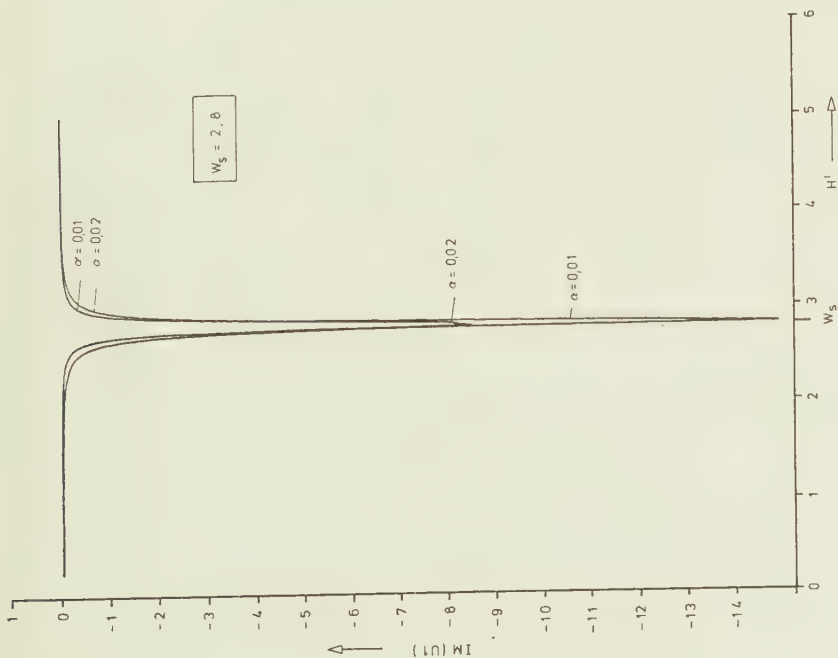


Bild 3.1b: $\text{Im}(u_1)$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke

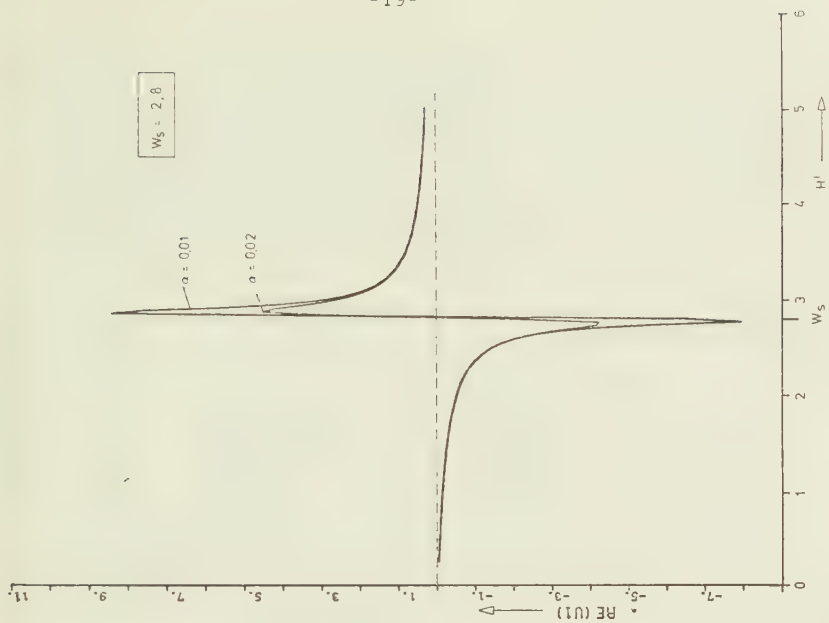


Bild 3.1a: $\text{Re}(u_1)$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke

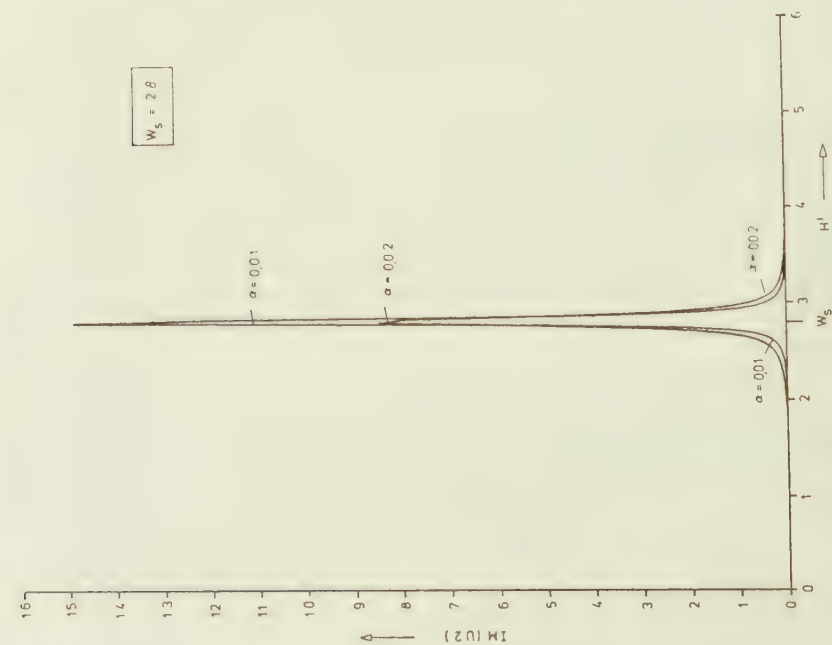


Bild 3.1d: $\text{Im}(\mu_2)$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke

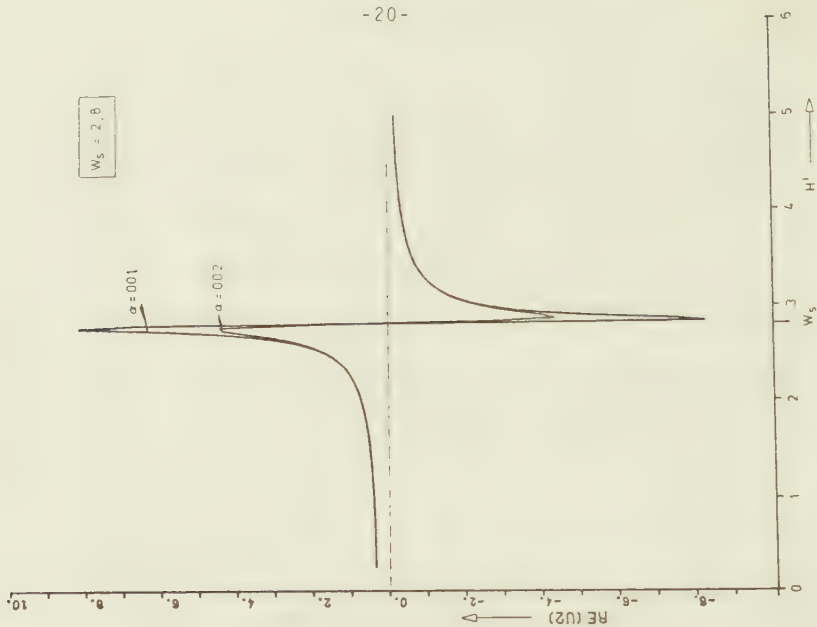


Bild 3.1c: $\text{Re}(\mu_2)$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke

Diese Bilder machen deutlich, daß $\text{Im}(\mu_{1,2})$ für diese YIG-Materialien außerhalb der Resonanz $W_S = H^i$ in erster Näherung vernachlässigbar sind. Deshalb wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit stets $\text{Im}(\mu_{1,2}) = 0$, d.h. der Wert $\alpha = 0$ angenommen. In diesem Fall sind für ein verlustlos angenommenes Medium die Tensorelemente gegeben durch

$$\mu_1 = 1 + \frac{H^i}{H^i - W_S} \quad , \quad (3.30)$$

$$\mu_2 = - \frac{W_S}{H^i - W_S} \quad ,$$

mit dem isotropen Grenzfall $\mu_1 = 1$ und $\mu_2 = 0$ für $H^i \rightarrow \infty$. Der Verlauf dieser Elemente und der effektiven Permeabilität μ_{eff} , definiert durch

$$\mu_{\text{eff}} = (\mu_1^2 - \mu_2^2) / \mu_1 \quad (3.31)$$

bei konstanter Frequenz in Abhängigkeit von der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke H^i ist in Bild 3.2 dargestellt.

Für die numerische Auswertung in dieser Arbeit wird das gyrotrope Material nur in den beiden Bereichen

$$\text{Bereich I: } H_S^i \leq H^i < W_S \quad (3.32)$$

$$\text{Bereich II: } W_S < H^i$$

betrachtet. Dabei ist H_S^i die normierte Vormagnetisierungs-Feldstärke, bei der das Material gerade magnetisch gesättigt ist.

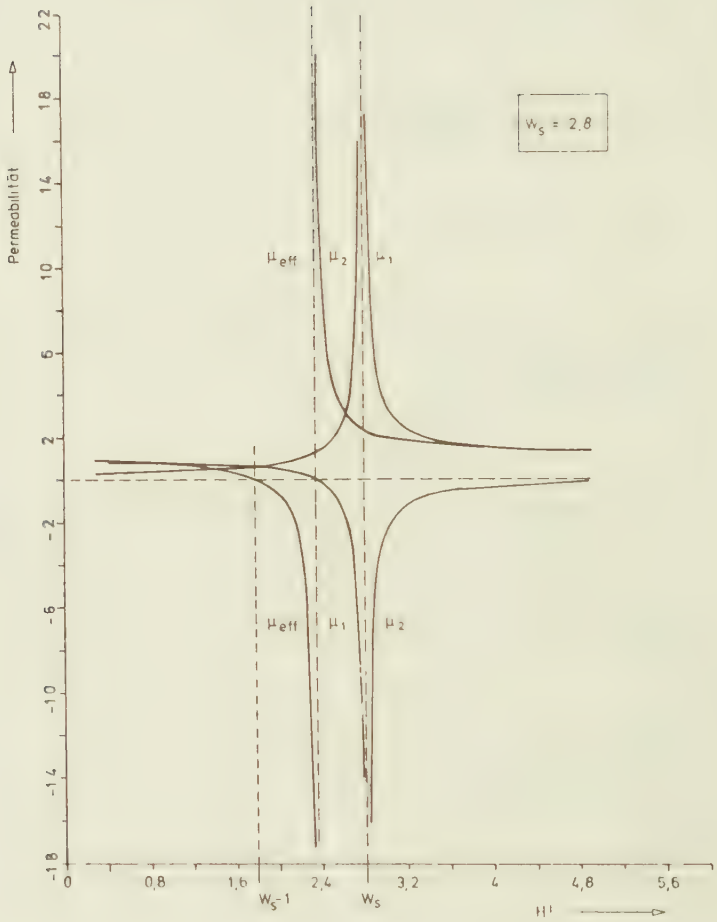


Bild 3.2: μ_1 , μ_2 und μ_{eff} als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke für $\alpha=0$

4. Mikrostreifenleitung auf gyotropem Substrat

4.1 Überlegungen zur Wahl der Vormagnetisierungsrichtung

Die Mikrostreifenleitung ist ein zylindrischer Wellenleiter, d.h., seine Querschnittsstruktur ist unabhängig von der Ausbreitungsordinate (z -Achse).

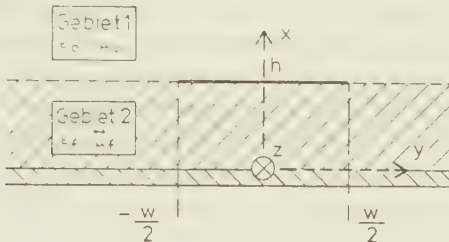


Bild 4.1: Querschnitt einer Mikrostreifenleitung auf gyotropem Substrat mit z -Achse parallel zur Leiterachse

Das Medium über der Streifenleitung (Gebiet 1) sei Vakuum und das Substrat (Gebiet 2) elektromagnetisch linear, homogen und auf Grund der Überlegung aus Abschnitt 3.3.3 verlustlos, mit der skalaren Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_f = \epsilon_0 \epsilon_r$ und der tensoriellen Permeabilität $\vec{\mu}_f = \mu_0 \vec{\mu}_r$.

Wählen wir die Vormagnetisierungsrichtung parallel zur Ausbreitungsrichtung, dann können wir folgendes feststellen: Wie Gleichung (3.23) zeigt, ist es möglich, dieses Problem der Wellenausbreitung mit ähnlichen Verfahren zu lösen, wie die Mikrostreifenleitung auf isotropem Substrat untersucht wird. Allerdings läßt es der Permeabilitätstensor (Gl. 3.17) nicht zu, für das elektromagnetische Feld eine der Geometrie des Leiterquerschnitts entsprechende Symmetrie anzunehmen. Solch eine Symmetrie des Feldes tritt nur bei Materialien auf, die zur Klasse der "Cross-Tensor" Medien gehören (siehe Anhang B).

In /21/, /23/ wird eine Teillösung dieses Ausbreitungsproblems nach zwei verschiedenen Verfahren angegeben. Diese Vormagnetisierungsrichtung ist für eine Anwendung planarer Leitungsstrukturen in integrierten Mikrowellenschaltungen für die Praxis unwichtig. Für unsere Untersuchungen wählen wir die technisch wichtige Vormagnetisierungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht zur Substratoberfläche. Das entspricht einer Vormagnetisierungsrichtung parallel zur x-Achse. Bei dieser Art der Vormagnetisierung sind die Richtung der Vormagnetisierungs-Feldstärke und die Richtung der größten in der Leitung auftretenden Komponente des magnetischen Wechselfeldes senkrecht zueinander. Dies ist stets der Fall, unabhängig von der Richtung der Streifenleitung, also auch bei gekrümmten Leitungsstücken. Dabei ist ein besonders großer Einfluß auf das magnetische Wechselfeld durch die Vormagnetisierung zu erwarten. Aus diesem Grunde ist dieser Fall von besonderem technischen Interesse.

4.2 Feldtheoretische Behandlung einer Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat, bei der das Substrat senkrecht zur Substratoberfläche vormagnetisiert ist.

Die Vormagnetisierungsrichtung sei parallel zur x-Achse, d.h. der Permeabilitätstensor des Substrates ist durch Gl. (3.24) gegeben. Auch in diesem Fall können wir keine elektromagnetische Symmetrieebene annehmen (siehe Anhang B). Allerdings ist in Gl. (3.7) die Forderung $\text{Det}(\mathbf{A}) \neq 0$, wie in Anhang C gezeigt wird, erfüllt; d.h., die in Kapitel 3 behandelte Theorie ist auf diesen Wellenleiter anwendbar. Nach dem Ansatz von DENLINGER /21/ und theoretischen Untersuchungen über den Einfluß einer einseitig metallisierten dielektrischen Platte auf die Ausstrahlung einer Linienquelle /40/ nehmen wir an, daß die unbekannten Feldkomponenten E_z und H_z durch die Fourier-Transformation (/10/, S.580)

$$E_z(x,y) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}_z(x,p) \exp(jpy) dp$$

und

$$(4.1)$$

$$H_z(x,y) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}_z(x,p) \exp(jpy) dp$$

darstellbar sind, wobei $\tilde{E}_z(x,p)$ bzw. $\tilde{H}_z(x,p)$ die fouriertransformierten Größen sind. Physikalisch besagt (4.1), daß die Fourier-Variable p als Ortsfrequenz interpretiert werden kann. Wie in Abschnitt 2.2 erwähnt hat dieses Verfahren den Vorteil, daß zur Bestimmung der Phasenmaße nur ein relativ geringer numerischer Aufwand notwendig ist.

4.2.1 Gebiet oberhalb der Mikrostreifenleitung ($x > h$)

Im Gebiet 1 kennzeichnen wir die Feldgrößen mit dem Index 1 (z.B. $\tilde{E}_{z1}$). Aus Gleichung (3.16) erhalten wir mit (4.1) die folgende eindimensionale homogene Helmholtz'sche Gleichung *

$$d_x^2 \tilde{E}_{z1} - \gamma_x^2 \tilde{E}_{z1} = 0$$

bzw.

$$(4.2)$$

$$d_x^2 (\eta \tilde{H}_{z1}) - \gamma_x^2 \eta \tilde{H}_{z1} = 0$$

Dabei ist

$$\gamma_x^2 = p^2 - k_0^2 - \gamma_z^2 \quad .$$

$$(4.3)$$

Als Lösungen von (4.2) benötigen wir Wellen, die sich in positiver x -Richtung von der Oberfläche $x=h$ fortbewegen. Daher setzen wir an:

$$\tilde{E}_{z1} = A_{13} \exp\{-\gamma_x(x-h)\} \quad ,$$

$$(4.4)$$

$$\eta \tilde{H}_{z1} = B_{13} \exp\{-\gamma_x(x-h)\} \quad ,$$

*) $d_x^n = \frac{d^n}{dx^n}$

wobei $\text{Re}(\gamma_x) \geq 0$ und $\text{Im}(\gamma_x) \geq 0$ sei.

Die beiden Amplituden $A_{13}(p)$ und $B_{13}(p)$ werden über die Randbedingungen bei $x=h$ bestimmt. Da die gesamte Energie des elektromagnetischen Feldes endlich ist und die Wellenausbreitung in z -Richtung erfolgt, muß das Feld im Gebiet 1 exponentiell mit steigendem x abklingen /41/. Da das Medium in Gebiet 1 und 2 als verlustlos angenommen wurde, und wir nur an technisch wichtigen Lösungen interessiert sind, ist die longitudinale Wellenzahl $\gamma_z = j\beta_z$ ($\beta_z > 0$). Deshalb kann die transversale Wellenzahl $\gamma_x = \alpha_x + j\beta_x$ durch

$$\alpha_x = (p^2 - k_0^2 + \beta_z^2)^{1/2} > 0, \quad \beta_x = 0 \quad (4.5)$$

dargestellt werden. Mit der Definition

$$\beta_z = k_0 \beta \quad (4.6)$$

erhalten wir aus (4.5) die Bedingung

$$\alpha_x = \{p^2 + k_0^2(\beta^2 - 1)\}^{1/2} > 0. \quad (4.7)$$

α_x wird für alle Werte von p eine reelle positive Zahl sein, solange $\beta > 1$ ist, d.h. $v < c_0$ mit v der Phasengeschwindigkeit, was für eine Oberflächenwelle des Typs zutrifft. Er wird im angelsächsischen Schrifttum mit "slow wave" /9/ bezeichnet. In diesem Fall kann die Gleichung (3.15) umgeschrieben werden in

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{y1} \\ \tilde{H}_{x1} \\ \tilde{H}_{y1} \\ \tilde{E}_{x1} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_0(p^2 - 1)} \begin{bmatrix} -p\beta & d_x \\ -jp & j\beta d_x \\ d_x & -p\beta \\ j\beta d_x & -jp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{z1} \\ \tilde{H}_{z1} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

so daß die vier transversalen Feldkomponenten durch

$$\begin{aligned}
 \tilde{E}_{x1} &= A_{11} \exp\{-\alpha_x(x-h)\} \quad , \\
 \eta \tilde{H}_{x1} &= B_{11} \exp\{-\alpha_x(x-h)\} \quad , \\
 \tilde{E}_{y1} &= A_{12} \exp\{-\alpha_x(x-h)\} \\
 \text{und} \quad \eta \tilde{H}_{y1} &= B_{12} \exp\{-\alpha_x(x-h)\}
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

gegeben sind. Hierbei sind

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= -j(\alpha_x \beta A_{13} + p B_{13}) / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \quad , \\
 B_{11} &= -j(\alpha_x \beta B_{13} + p A_{13}) / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \quad , \\
 A_{12} &= -(p \beta A_{13} + \alpha_x B_{13}) / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \\
 \text{und} \quad B_{12} &= -(p \beta B_{13} + \alpha_x A_{13}) / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Für spätere Umformungen ist es zweckmäßig, die beiden letzten Gleichungen zu vereinfachen:

$$\begin{aligned}
 A_{12} &= d_{11} A_{13} + d_{12} B_{13} \quad , \\
 B_{12} &= d_{12} A_{13} + d_{11} B_{13} \quad ;
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

mit

$$\begin{aligned}
 d_{11} &= -p \beta / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \quad , \\
 \text{und} \quad d_{12} &= -\alpha_x / \{k_0(\beta^2 - 1)\} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

4.2.2 Gebiet unterhalb der Mikrostreifenleitung ($0 \leq x < h$)

Im Gebiet 2 kennzeichnen wir die Feldgrößen durch den Index 2. Aus Gleichung (3.26) erhalten wir mit (4.1) und $\gamma_z = j k_0 \beta$ für die longitudinalen Feldkomponenten die Wellengleichung in Matrix-Form:

$$\begin{bmatrix} (jpa_2 + a_1)d_x & b_3 d_x^2 - p^2 b_2 + b_1 \\ c_3 d_x^2 - p^2 c_2 + c_1 & (a_1 - jpa_2)d_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{z2} \\ \eta \tilde{H}_{z2} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.13)$$

Dabei sind nun

$$\begin{aligned} a_1 &= -jk_0 k_x^2 \epsilon_r \mu_2, & b_3 &= k_y^2, \\ a_2 &= jk_0^2 \beta \epsilon_r (\mu_1 - 1), & c_1 &= \epsilon_r k_x^2 k_y^2, \\ b_1 &= k_x^2 (\mu_1 k_y^2 - k_0^2 \epsilon_r \mu_2^2), & c_2 &= \epsilon_r k_y^2, \\ b_2 &= \mu_1 k_x^2, & c_3 &= \epsilon_r k_x^2, \end{aligned} \quad (4.14)$$

mit

$$k_x^2 = k_0^2 (\epsilon_r - \beta^2),$$

und (4.15)

$$k_y^2 = k_0^2 (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2).$$

Aus Gleichung (4.13) erhalten wir für $\tilde{E}_{z2}$ folgende lineare homogene Wellengleichung vierter Ordnung

$$d_x^4 \tilde{E}_{z2} - g_2 d_x^2 \tilde{E}_{z2} + g_0 \tilde{E}_{z2} = 0, \quad (4.16)$$

wobei

$$\begin{aligned} g_2 &= (\mu_1 + 1)(p^2 + \beta^2 k_0^2) - 2k_0^2 \epsilon_r \mu_1, \\ g_0 &= \mu_1 \{p^2 - k_0^2 (\epsilon_r - \beta^2)\} \{p^2 - k_0^2 (\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2)\}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

gilt [μ_{eff} ist definiert in Gl. (3.31)].

Falls die vier Lösungen von (4.16) nicht entartet sind, erhalten wir

$$\tilde{E}_{z2} = \sum_{i=1}^4 A_i \exp(s_i x) \quad (4.18)$$

Dabei sind s_i die vier Wurzeln der biquadratischen charakteristischen Gleichung in s , die man aus (4.16) erhält, wenn d_x durch s_i ersetzt wird. Somit folgt

$$s_1 = -s_2 = \{g_2/2 + (g_2^2/4 - g_0)^{1/2}\}^{1/2} \quad (4.19)$$

$$s_3 = -s_4 = \{g_2/2 - (g_2^2/4 - g_0)^{1/2}\}^{1/2}$$

Die vier Amplituden $A_i(p)$ werden durch die Randbedingungen bei $x=0$ und $x=h$ bestimmt. Die Lösung von $\tilde{\eta}_{z2}$ kann man mit Hilfe von (4.13) und (4.18) erhalten.

Sie ist durch

$$\tilde{\eta}_{z2} = \sum_{i=1}^4 A_i B_i \exp(s_i x) \quad (4.20)$$

gegeben. Dabei ist

$$B_i = \frac{(\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) \{p^2 - k_0^2 (\epsilon_r - \beta^2)\} - s_i^2 (\epsilon_r - \beta^2)}{s_i \{p\beta(\mu_1 - 1) - j k_0 \mu_2 (\epsilon_r - \beta^2)\}} \quad (4.21)$$

Es ist zu beachten, daß die Beschreibung von (4.20) nur definiert ist, wenn $\mu_2 \neq 0$ gilt, d.h. den isotropen Grenzfall ($H^i \rightarrow \infty$ in Gl. (3.30)) müssen wir ausschließen. Die Gleichung (3.9) kann mittels (3.25) umgeschrieben werden zu

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{y2} \\ \tilde{\eta}_{x2} \\ \tilde{\eta}_{y2} \\ \tilde{E}_{x2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}(\tilde{A})} \begin{bmatrix} p(\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) & -(\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) d_x \\ j p \epsilon_r (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) & -j \beta (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) d_x \\ -\epsilon_r (\epsilon_r - \beta^2) d_x & (\epsilon_r - \beta^2) (p\beta + j k_0 \epsilon_r \mu_2) \\ -j \beta (\epsilon_r - \beta^2) d_x & j (\epsilon_r - \beta^2) (p\mu_1 + j k_0 \beta \mu_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{z2} \\ \tilde{\eta}_{z2} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

mit $\text{Det}(\tilde{A}) = k_0 (\epsilon_r - \beta^2) (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2)$, so daß man die vier transversalen Feldkomponenten zu

$$\begin{aligned}
 \widetilde{E}_{x2} &= \sum_{i=1}^L A_i C_i \exp(s_i x) \quad , \\
 \eta \widetilde{H}_{x2} &= \sum_{i=1}^L A_i D_i \exp(s_i x) \quad , \\
 \widetilde{E}_{y2} &= \sum_{i=1}^L A_i L_i \exp(s_i x) \\
 \text{und} \quad \eta \widetilde{H}_{y2} &= \sum_{i=1}^L A_i M_i \exp(s_i x)
 \end{aligned}
 \tag{4.23}$$

erhält.

Dabei sei

$$\begin{aligned}
 C_i &= -j\{\beta s_i - B_i(p\mu_1 + jk_0\beta\mu_2)\}/\{k_0(\epsilon_r\mu_1 - \beta^2)\} \quad , \\
 D_i &= j\{p\epsilon_r - \beta B_i s_i\}/\{k_0(\epsilon_r - \beta^2)\} \quad , \\
 L_i &= (p\beta - B_i s_i)/\{k_0(\epsilon_r - \beta^2)\}
 \end{aligned}
 \tag{4.24}$$

$$\text{und} \quad M_i = -\{\epsilon_r s_i - B_i(p\beta + jk_0\epsilon_r\mu_2)\}/\{k_0(\epsilon_r\mu_1 - \beta^2)\} \quad .$$

Es läßt sich aus (4.19), (4.21) und (4.24) zeigen, daß

$$\begin{aligned}
 B_v &= -B_{v+1} \quad , \quad C_v = -C_{v+1} \quad , \quad D_v = D_{v+1} \quad , \\
 L_v &= L_{v+1} \quad \text{und} \quad M_v = -M_{v+1} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

mit $v = 1, 3$ gilt.

4.2.3 Grenzbedingungen bei $x=0$ und $x=h$

Hinsichtlich der Grenzbedingungen sind die parallel zur Substratoberfläche liegenden Feldkomponenten wichtig; in Matrix-Form geschrieben erhält man im

(i) Gebiet 1:

$$\underset{x=h}{\begin{bmatrix} \tilde{E}_{z1} \\ \eta \tilde{H}_{z1} \\ \tilde{E}_{y1} \\ \eta \tilde{H}_{y1} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ d_{11} & d_{12} \\ d_{12} & d_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{13} \\ B_{13} \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

(dabei stellen d_{11} und d_{12} die in Gleichung (4.12) definierten Abkürzungen dar)

und entsprechend im

(ii) Gebiet 2:

$$\underset{x=h}{\begin{bmatrix} \tilde{E}_{z2} \\ \eta \tilde{H}_{z2} \\ \tilde{E}_{y2} \\ \eta \tilde{H}_{y2} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ B_1 & -B_1 & B_3 & -B_3 \\ L_1 & L_1 & L_3 & L_3 \\ M_1 & -M_1 & M_3 & -M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \exp(s_1 h) \\ A_2 \exp(-s_2 h) \\ A_3 \exp(s_3 h) \\ A_4 \exp(-s_4 h) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

hierin wurden die Relationen aus Gleichung (4.25) berücksichtigt.

Die Grenzbedingungen an der Grundplatte bei $x=0$ erfordern in dieser Ebene $E_{y2}=0$ und $E_{z2}=0$.

Für eine nicht triviale Lösung müssen die anderen Feldkomponenten von Null verschieden sein.

Für $\tilde{E}_{y2}(0,p)=0$, $\tilde{E}_{z2}(0,p)=0$ erhalten wir aus Gl. (4.18) und Gl. (4.23)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ L_1 & L_1 & L_3 & L_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

Dies sind zwei homogene Gleichungen mit vier Unbekannten, für die wir als Lösungsmannigfaltigkeit

$$A_{23} = 2A_1 = -2A_2 \quad (4.29)$$

$$B_{23} = 2B_3 = -2A_4$$

erhalten. Die sechs Feldkomponenten in Gebiet 2 ergeben sich dann zu:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{z2} &= A_{23} \sinh(s_1 x) + B_{23} \sinh(s_3 x) \quad , \\ \tilde{E}_{x2} &= A_{23} C_1 \cosh(s_1 x) + B_{23} C_3 \cosh(s_3 x) \quad , \\ \tilde{E}_{y2} &= A_{23} L_1 \sinh(s_1 x) + B_{23} L_3 \sinh(s_3 x) \quad , \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\tilde{H}_{z2} = A_{23} B_1 \cosh(s_1 x) + B_{23} B_3 \cosh(s_3 x) \quad ,$$

$$\tilde{H}_{x2} = A_{23} D_1 \sinh(s_1 x) + B_{23} D_3 \sinh(s_3 x) \quad ,$$

$$\tilde{H}_{y2} = A_{23} M_1 \cosh(s_1 x) + B_{23} M_3 \cosh(s_3 x) \quad .$$

Im folgenden wird jede Fourier-Komponente des Feldes den Grenzbedingungen an der Grenzfläche $x=h$ angepaßt. Diese sind durch

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{z1} &= \tilde{E}_{z2} \quad , \quad \tilde{E}_{y1} = \tilde{E}_{y2} \quad , \\ \eta(\tilde{H}_{z1} - \tilde{H}_{z2}) &= -\tilde{K}_y \end{aligned} \quad (4.31)$$

und $\eta(\tilde{H}_{y1} - \tilde{H}_{y2}) = \tilde{K}_z$

gegeben, wobei $\tilde{K}_y$ und $\tilde{K}_z$ die Fouriertransformierten der Komponenten des Vektors der normierten Oberflächenstromdichte sind, welcher durch

$$\begin{aligned} \vec{K}(y, z) &= \vec{K}(y) \exp(-jk_0 \beta z) \quad \text{für } |y| \leq w/2 \quad , \\ \vec{K}(y, z) &= \vec{0} \quad \text{für } |y| > w/2 \end{aligned} \quad (4.32)$$

definiert ist, so daß wir die Matrixrelation

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sinh(s_1 h) & -\sinh(s_3 h) \\ 0 & -1 & B_1 \cosh(s_1 h) & B_3 \cosh(s_3 h) \\ d_{11} & d_{12} & -L_1 \sinh(s_1 h) & -L_3 \sinh(s_3 h) \\ d_{12} & d_{11} & -M_1 \cosh(s_1 h) & -M_3 \cosh(s_3 h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{13} \\ B_{13} \\ A_{23} \\ B_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{K}_y \\ 0 \\ \tilde{K}_z \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

durch die Verwendung von (4.26) und (4.27) ableiten können.

Wenn die Lösungen von (4.16) nicht entartet sind, ist das Gleichungssystem (4.33) regulär; es läßt sich dann nach der Cramerschen Regel auflösen:

$$\begin{bmatrix} A_{13} \\ B_{13} \\ A_{23} \\ B_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \\ G_{31} & G_{32} \\ G_{41} & G_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{K}_y \\ \tilde{K}_z \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Im Anhang D werden die Gewichtsfunktionen G_{mn} aus (4.34) berechnet.

4.2.4 Hinreichende Bedingungen für die Existenz der Fourier-transformierten der Feldkomponenten

Nun können wir Forderungen dafür aufstellen, daß die in Gl. (4.1) definierte Fourier-Transformation für alle sechs Feldkomponenten sinnvoll ist.

Ist $F(y)$ die Funktion, deren Fouriertransformierte $\tilde{F}(p)$ durch

$$\tilde{F}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} F(y) \exp(-jpy) dy \quad (4.35)$$

definiert ist, so ist die Voraussetzung für diese Darstellung

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(y)| dy = K \text{ mit } 0 \leq K < \infty. \quad (4.35a)$$

Mit Hilfe dieser Aussage besagt das Riemann-Lebesgue-Lemma (/23/, S. 172):

$$\tilde{F}(p) = o(1) \quad *) \quad (4.36)$$

Wird das Ergebnis von Gl. (4.36) auf den Feldkomponenten in Gebiet 1 und in Gebiet 2 (Bild 4.1) bei $x=h$ angewendet, so ergibt sich aus Gl. (4.9) mit den Abkürzungen von Gl. (4.10) und unter Berücksichtigung von Gl. (4.7) ($\alpha_x = o(p)$)

$$A_{13} = o(p^{-1}), \quad B_{13} = o(p^{-1}) \quad (4.37a)$$

und aus Gl. (4.30) mit den Abkürzungen von Gl. (4.21) und Gl. (4.24) unter Berücksichtigung von Gl. (4.19) ($s_i = o(p)$)

$$A_{23} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_1 h) \\ \cosh(s_1 h) \end{array} \right\} = o(p^{-1}) \quad (4.37b)$$

$$B_{23} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_3 h) \\ \cosh(s_3 h) \end{array} \right\} = o(p^{-1})$$

Aus den Untersuchungen des elektromagnetischen Feldes im Bereich der Streifenleiterkante ($x=h, |y|=w/2$) geht hervor, wie in Kapitel 6 gezeigt wird, daß

$$\tilde{K}_y(p) = o(p^{-3/2}), \quad \tilde{K}_z(p) = o(p^{-1/2}). \quad (4.38)$$

*) Die sogen. Landauschen Symbole sind folgendermaßen definiert: Die Funktionen $f(x)$ und $g(x)$ seien auf einem Intervall $I=(a, \infty)$ erklärt und es gelte $g(x) > 0$. Dann bedeutet $f(x) = o(g(x))$: Es gibt eine Konstante K , so daß $|f(x)| < Kg(x)$ für alle $x \in I$. Entsprechend bedeutet $f(x) = o(g(x))$: $\lim_{x \rightarrow \infty} |f(x)|/g(x) = 0$

Für die Gewichtsfunktionen G_{mn} ($m=1,2,3,4$; $n=1,2$) aus Gl. (4.34) können mit Hilfe von Gl. (4.37) und Gl. (4.38) folgende Formulierungen aufgestellt werden:

$$G_{m1} = o(p^{1/2}) \quad , \quad G_{m2} = o(p^{-1/2}) \quad (4.39)$$

mit $m=1,2$ und

$$\begin{aligned} G_{31} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_1 h) \\ \cosh(s_1 h) \end{array} \right\} &= o(p^{1/2}) \\ G_{32} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_1 h) \\ \cosh(s_1 h) \end{array} \right\} &= o(p^{-1/2}) \\ G_{41} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_3 h) \\ \cosh(s_3 h) \end{array} \right\} &= o(p^{1/2}) \\ G_{42} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_3 h) \\ \cosh(s_3 h) \end{array} \right\} &= o(p^{-1/2}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Man beachte, daß es sich hier um hinreichende Bedingungen handelt.

Hinsichtlich des Problems der Abstrahlung kann nun zusammenfassend folgendes gesagt werden:

In Abschnitt 4.2.1 wurde gefordert, daß in positiver x-Richtung keine Abstrahlung erfolgt. Diese Forderung ergab für das Phasenmaß β die Ungleichung $\beta > 1$. Damit ist das zweidimensionale Abstrahlungsproblem mathematisch gesehen auf ein eindimensionales reduziert worden.

Als hinreichende Bedingung für die Existenz der Fouriertransformierten der Feldkomponenten ergab sich die Forderung, daß sie in y-Richtung stärker als 1 gegen Null konvergieren müssen. Eindimensional abstrahlende Feldtypen verletzen diese hinreichende Bedingung /42/, deshalb kann auf sie die Fouriertransformation nicht angewandt werden.

4.2.5 Asymptotisches Verhalten der Gewichtsfunktionen, das Verhalten der Lösungen der Wellengleichung

Zuerst untersuchen wir die Lösungen der linearen homogenen Wellengleichung vierter Ordnung. Diese Lösungen wurden in Gl. (4.19) angegeben. Formt man diese um, so erhält man

$$\begin{aligned} s_1 &= -s_2 = (g_2/2+d_s)^{1/2} , \\ s_3 &= -s_4 = (g_2/2-d_s)^{1/2} . \end{aligned} \quad (4.41)$$

Dabei sei

$$d_s^2 = g_2^2/4 - g_0 \quad (4.42)$$

oder als Funktion von H^i und W_s

$$d_s^2 = \frac{\{H^{i^2} p^2 + k_0^2 (\beta^2 H^{i^2} - 2\epsilon_r W_s^2)\}^2 + 4k_0^4 \epsilon_r^2 W_s^2 (H^{i^2} - W_s^2)}{4H^{i^2} (H^{i^2} - W_s^2)^2} . \quad (4.43)$$

In Bezug auf das Verhalten der vier Lösungen s_i , die Funktionen von p sind, können wir nun zwei Teilbereiche in H^i definieren:

(i) $H^i > W_s$; in diesem Bereich ist $d_s^2 > 0$ (vgl. Gl. (4.43)). Die vier Lösungen sind reell und / oder imaginär.

(ii) $H^i < W_s$; in diesem Bereich ist für p aus dem Intervall $p_{1d} < p < p_{2d}$ $d_s^2 < 0$, so daß wir hier komplexe Lösungen erwarten müssen.

Deshalb bringen wir d_s^2 in die Form

$$d_s^2 = \frac{H^{i^2}}{(W_s^2 - H^{i^2})^2} (p^2 - p_{1d}^2)(p^2 - p_{2d}^2) \quad (4.44a)$$

mit

$$p_{1d}^2 = \frac{2\epsilon_r W_s k_0^2}{H^{i^2}} (W_s - \sqrt{W_s^2 - H^{i^2}}) - \beta^2 k_0^2 \quad (4.44b)$$

und

$$p_{2d}^2 = \frac{2\epsilon_r W_s k_0^2}{H^{i^2}} (W_s + \sqrt{W_s^2 - H^{i^2}}) - \beta^2 k_0^2 \quad (4.44c)$$

In einem Teil dieses Bereiches ist $\mu_1 < 0$.

Wir zeigen zuerst, daß in diesem Teilbereich mit der hier verwendeten Methode keine Lösung dieses Ausbreitungsproblems möglich ist, da die Bedingungen (4.39-4.40) nicht erfüllt werden.

In diesem Bereich gilt für $p^2 > k_0^2(\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2)$

$$a) \quad d_s^2 > 0 \text{ weil } p_{2d}^2 < k_0^2(\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2) \quad ,$$

$$b) \quad g_0 < 0 \text{ weil } \mu_1 < 0 \text{ und } \mu_{\text{eff}} > (2+1/W_s) \quad ,$$

und bedeutet: s_1 ist reell ($\lim_{p \rightarrow \infty} s_1/p = 1$), s_3 ist imaginär

$$(\lim_{p \rightarrow \infty} s_3/p = j \sqrt{|\mu_1|}) .$$

In diesem Fall werden die asymptotischen Bedingungen von (4.39-4.40) nicht erfüllt, da unendlich viele Pole auftreten, wie in Anhang D gezeigt wird. Die Ursache dafür ist die Annahme $\gamma_z = j\beta_z$, die wir in Abschnitt 4.2.1 gemacht haben.

Für die weiteren Untersuchungen schränken wir den in Gl. (3.32) definierten Bereich für H^i ein:

$$\text{Bereich I: } H_s^i \leq H^i \leq H_{\mu_1=0}^i ; \text{ Bereich II: } W_s < H^i \quad (4.45)$$

Diese Bereiche nennen wir im folgenden Hauptbereiche (abgekürzt: Hb).

In diesen zwei Hauptbereichen untersuchen wir das asymptotische Verhalten der in Gl. (4.39 und Gl. (4.40) angegebenen Funktionen. Durch Anwendung der Beziehungen

$$\lim_{p \rightarrow \infty} s_1/p = 1 , \quad \lim_{p \rightarrow \infty} s_3/p = \sqrt{\mu_1} \quad \text{in Hb I}$$

und

$$\lim_{p \rightarrow \infty} s_1/p = \sqrt{\mu_1} , \quad \lim_{p \rightarrow \infty} s_3/p = 1 \quad \text{in Hb II}$$

(4.46)

die sich aus Gl. (4.19) ermitteln lassen, können wir für die Gewichtsfunktionen G_{mn} ($m = 1, 2, 3, 4$; $n = 1, 2$) aus Gl. (4.34)

das asymptotische Verhalten herleiten. In Hinblick auf spätere Umformungen geben wir die höchste Ordnung der Funktionen G_{mn} ($m, n = 1, 2$) explizit an (siehe Anhang D), d.h. ,

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} G_{11} &= \beta / (\epsilon_r + 1) \quad , \\ \lim_{p \rightarrow \infty} p G_{12} &= -k_0 \{ \beta^2 (1 + \sqrt{\mu_1}) - \sqrt{\mu_1} (1 + \epsilon_r) \} / \{ (1 + \sqrt{\mu_1}) (\epsilon_r + 1) \} \quad , \\ \lim_{p \rightarrow \infty} G_{21} &= -1 / (\epsilon_r + 1) \quad , \\ \lim_{p \rightarrow \infty} p G_{22} &= -k_0 \beta (\epsilon_r \sqrt{\mu_1 - 1}) / \{ (1 + \sqrt{\mu_1}) (\epsilon_r + 1) \} \end{aligned} \quad (4.47a)$$

und für die Funktionen G_{mn} mit $m = 3, 4$; $n = 1, 2$ aus Gl. (4.34) erhalten wir

$$\begin{aligned} G_{31} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_1 h) \\ \cosh(s_1 h) \end{array} \right\} &= O(p^{-2}) \\ G_{32} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_1 h) \\ \cosh(s_1 h) \end{array} \right\} &= O(p^{-1}) \\ G_{41} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_3 h) \\ \cosh(s_3 h) \end{array} \right\} &= O(1) \\ G_{42} \left\{ \begin{array}{l} \sinh(s_3 h) \\ \cosh(s_3 h) \end{array} \right\} &= O(p^{-1}) \end{aligned} \quad (4.47b)$$

Vergleichen wir Gl. (4.47) mit den Forderungen aus Gl. (4.39) und (4.40) so können wir daraus schließen, daß die Anwendung der Fouriertransformation zulässig war.

4.2.6 Entartung der Wellengleichung

An welchen Stellen p eine Entartung der Wellengleichung (4.16) auftritt, läßt sich am besten durch eine Betrachtung der Funktionen $s_i(p)$ (siehe (4.19)) zeigen. In Bezug auf die Eigenschaften dieser Größen sind, wie schon in Abschnitt 4.2.5 erwähnt worden ist, die zwei Hauptbereiche Hb I und Hb II zu betrachten.

(i) Hb II

In diesem Bereich sind die Funktionen s_i in Abhängigkeit von $g_0(p)$ und $g_2(p)$ reell und/oder imaginär. Die Entartung tritt bei $g_0' = 0$ auf, dann gilt $s_1 = 0$, $s_3 = s$, wenn $g_2 < 0$ oder $s_3 = 0$, $s_1 = s$, wenn $g_2 > 0$. Die Lösung der Wellengleichung (4.16) ist dann nicht durch (4.18), sondern durch

$$E_{z2} = A_1 \exp(sx) + A_2 \exp(-sx) + A_3 x + A_4 \quad (4.48)$$

gegeben. Es läßt sich zeigen, daß in den Punkten $p = p_1$ und/oder $p = p_2$ mit $(g_0(p_1) = 0, g_0(p_2) = 0)$

$$p_1^2 = k_0(\epsilon_r - \beta^2) \quad \text{wenn } \beta^2 \leq \epsilon_r$$

und

(4.49)

$$p_2^2 = k_0(\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2) \quad \text{wenn } \beta^2 \leq \epsilon_r \mu_{\text{eff}}$$

das Ausbreitungsproblem des Wellenleiters unter Anwendung von Gl. (4.48) nicht durch die Matrixrelation (4.33) beschrieben werden kann.

(ii) Hb I

In diesem Bereich tritt in folgenden Punkten p Entartung auf:

a) $p = p_1$ und $p = p_2$ mit $(p_2 < p_1)$

Die Funktionen p_1 und p_2 sind in Gl. (4.49) definiert worden.

Nehmen wir an, daß in diesem Bereich $\beta^2 < \epsilon_r$ ist, dann

ist p_2 nur im Bereich $1 < \beta^2 < \epsilon_r \mu_{\text{eff}}$ definiert ($\mu_{\text{eff}} < 1$).

Für $p = p_1$ und $p = p_2$ ist $g_0 = 0$, das stellt den unter (i) beschriebenen Fall dar.

b) $p = p_{1d}$ und $p = p_{2d}$ mit ($0 < p_{1d} < p_{2d}$)

Für diese Punkte, p_{1d} und p_{2d} sind in Gl. (4.44b) bzw. (4.44c) definiert worden, ist nach Gl. (4.44a) $d_s = 0$.

In diesem Fall, $s_1 = s_3 = s$, wird die Lösung der Wellengleichung (4.16) durch

$$E_{z2} = (A_1 + A_3 x) \exp(sx) + (A_2 + A_4 x) \exp(-sx) \quad (4.50)$$

gegeben. Es läßt sich wieder zeigen, daß unter Anwendung dieser Gleichung das Ausbreitungsproblem der Wellenleiter nicht durch Gl. (4.33) beschrieben werden kann.

In den Punkten p , an denen eine Entartung nach Gl. (4.48) bzw. (4.50) auftritt, sind die Gewichtsfunktionen G_{mn} ($m, n = 1, 2$) stetig (siehe Anhang D).

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Entartung der Wellengleichung nur bei diskreten p Werten auftritt und die Gewichtsfunktionen G_{mn} stetig sind.

5. Die Bestimmung des Phasenmaßes

5.1 Gleichungssystem für das Phasenmaß

Um das Phasenmaß β zu bestimmen, führen wir zwei Hilfsfunktionen $U(y)$ und $V(y)$ ein, welche nur auf dem metallischen Leitungsstreifen ($x=h, |y| \leq w/2$) verschwinden und durch

$$\begin{aligned} E_{z1}(h, y) &= U(y) \\ \partial_x \{n H_{z1}(x, y)\}_{x=h} &= -V(y) \end{aligned} \quad (5.1)$$

definiert werden.

In dieser Definition sind die bislang noch nicht verwendeten Grenzbedingungen

$$\begin{aligned} E_{z1}(h, y) &= 0 \\ \partial_x \{n H_{z1}(x, y)\}_{x=h} &= 0 \end{aligned} \quad \text{für } |y| \leq w/2 \quad (5.2)$$

enthalten.

Unterwirft man Gl. (5.1) der Fourier-Transformation, so ergibt sich unter Verwendung der Funktionen $U(y)$ und $V(y)$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{z1} &= \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2 \\ \partial_x n \tilde{H}_{z1} &= -(\tilde{V}_1 + \tilde{V}_2) \end{aligned} \quad (5.3)$$

mit

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1(p) &= \int_{-\infty}^{-w/2} U(y) \exp(-jpy) dy, \\ \tilde{U}_2(p) &= \int_{w/2}^{\infty} U(y) \exp(-jpy) dy, \\ \tilde{V}_1(p) &= \int_{-\infty}^{-w/2} V(y) \exp(-jpy) dy, \\ \tilde{V}_2(p) &= \int_{w/2}^{\infty} V(y) \exp(-jpy) dy. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Ersetzt man Gl. (5.3) durch Gl. (4.4), so resultiert daraus

$$\begin{aligned} A_{13} &= \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2, \\ \alpha_X B_{13} &= \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Verwenden wir jetzt noch Gl. (4.34), so erhalten wir

$$\begin{aligned} G_{11}\tilde{K}_y + G_{12}\tilde{K}_z &= \tilde{U}_1 + \tilde{U}_2 \\ \alpha_X(G_{21}\tilde{K}_y + G_{22}\tilde{K}_z) &= \tilde{V}_1 + \tilde{V}_2. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Diese zwei algebraischen Gleichungen enthalten sechs Unbekannte. Wenn wir jedoch berücksichtigen, daß die Funktionen $K_y(y)$, $K_z(y)$ definitionsgemäß außerhalb des Streifens gleich Null sind, die Funktionen $U(y)$, $V(y)$ auf dem Streifen verschwinden, so können wir die Unbekannten $\tilde{U}_{1,2}(p)$, $\tilde{V}_{1,2}(p)$ aus Gl. (5.6) eliminieren. Um die zwei algebraischen Gleichungen zu lösen, stellen wir zuerst die unbekannten Stromkomponenten $\tilde{K}_y$ und $\tilde{K}_z$ durch die Basisfunktionen $\tilde{K}_{y,n}$ und $\tilde{K}_{z,n}$ wie folgt dar:

$$\begin{aligned} \tilde{K}_y &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n \tilde{K}_{y,n}, \\ \tilde{K}_z &= \sum_{n=0}^{\infty} b_n \tilde{K}_{z,n}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die Basisfunktionen $\tilde{K}_{y,n}$ und $\tilde{K}_{z,n}$ müssen so gewählt werden, daß ihre Fourier-Rücktransformaten nur auf dem metallischen Leitungsstreifen von Null verschieden sind. Nach Einsetzen von (5.7) in (5.6) bilden wir die inneren Produkte mit den Basisfunktionen $\tilde{K}_{y,m}$ und $\tilde{K}_{z,m}$ für verschiedene Werte von m . Diese Methode ist im wesentlichen das auf die Fouriertransformierten angewandte Galerkinsche-Verfahren (/17/, S. 5). Damit erhalten wir die Matrixgleichungen

$$\sum_{n=0}^{\infty} K_{m,n}^{(1,1)} a_n + \sum_{n=0}^{\infty} K_{m,n}^{(1,2)} b_n = 0 \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (5.8)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} K_{m,n}^{(2,1)} a_n + \sum_{n=0}^{\infty} K_{m,n}^{(2,2)} b_n = 0 \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

mit den inneren Produkten

$$\begin{aligned} K_{m,n}^{(1,1)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_{z,m}^{G_{11}} \tilde{K}_{y,n} dp, \\ K_{m,n}^{(1,2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_{z,m}^{G_{12}} \tilde{K}_{z,n} dp, \\ K_{m,n}^{(2,1)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_{y,m}^{G_{21}} \tilde{K}_{y,n} \alpha_x dp, \\ K_{m,n}^{(2,2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_{y,m}^{G_{22}} \tilde{K}_{z,n} \alpha_x dp. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Mittels des Parsevalschen Theorems (/10/, S. 579) läßt sich beweisen, daß die rechte Seite von (5.6) tatsächlich durch dieses Verfahren eliminiert wird. Da bei einer Integration, wie der vorliegenden, diskrete Punkte angenommen werden können ohne das Ergebnis zu ändern, braucht hier wegen des im Unterabschnitt 4.2.6 Gesagten der Fall der Entartung nicht gesondert betrachtet zu werden. Im nächsten Schritt ist die Matrixgleichung (5.8) für das Phasenmaß β zu lösen. Dazu wird die Determinante dieses Gleichungssystems gleich Null gesetzt. Im Abschnitt 6.2 wird die Wahl der Basisfunktionen diskutiert.

5.2 Definitionsintervall für das Phasenmaß β

Aus der Forderung, daß keine elektromagnetische Energie abgestrahlt wird, ergibt sich die Ungleichung (siehe Anhang E)

$$\beta > \beta_{ab} > 1 \quad . \quad (5.10)$$

Unsere Aufgabe besteht nun darin, eine physikalisch sinnvolle obere Grenze für das Phasenmaß β zu ermitteln. Da das elektromagnetische Feld in Gebiet 2 ($0 < x < h$) gleichzeitig die Randbedingungen bei $x=0$ und $x=h$ für den Bereich $|y| < \infty$ erfüllen muß, können die vier Lösungen aus Gl. (4.19) nicht für alle p reell sein. Um dies zu zeigen werden im folgenden die Hauptbereiche Hb I und Hb II untersucht.

Im Bereich Hb II ($H^{\dagger} > W_S$) können wir, wie in Abschnitt 4.2.5 angemerkt worden ist, folgende Lösungstabellen aufstellen:

$g_2 \geq 0$	s_1	s_3	$g_2 < 0$	s_1	s_3
$g_0 \geq 0$	Re	Re	$g_0 \leq 0$	Re	Im
$g_0 < 0$	Re	Im	$g_0 > 0$	Im	Im

(Re und Im sind Abkürzungen für reelle und imaginäre Lösungen)

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß wir dann sinnvolle Lösungen für s_j erhalten, wenn in einem gewissen Bereich von p die Ungleichungen

$$g_0 \leq 0 \quad \text{für alle } g_2$$

oder

$$g_2 < 0 \quad \text{und} \quad g_0 > 0$$

erfüllt sind, also

wenn gilt:

$$\beta^2 < \epsilon_{r, \text{eff}} \quad . \quad (5.11)$$

Durch die Kombination der Gl. (5.10) mit Gl. (5.11) finden wir für den Hb II das Definitionsintervall des Phasenmaßes β ,

das durch

$$\beta_{ab} < \beta < (\epsilon_r \mu_{eff})^{1/2} \quad (5.12)$$

gegeben ist. Für den Hauptbereich Hb I ist das nachstehende Bild 4.2 maßgebend. In diesem Bild sind $g_0(p)$, $g_2(p)$ (siehe Gl. (4.17)) und $d_s^2(p)$ (siehe Gl. (4.42)) mit den Eigenschaften von s_1 und s_3 angegeben.

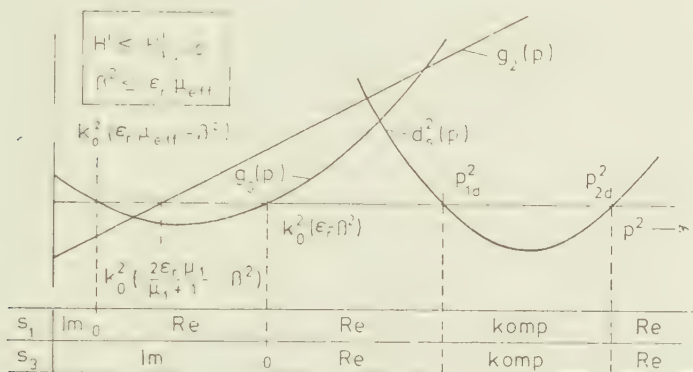


Bild 4.2: Verlauf von g_0 , g_2 , d_s^2 als Funktionen von p .
(Re, Im und Komp. sind Abkürzungen für reell, imaginär und komplexe Lösungen.)

Dieses Bild zeigt, daß wir im Fall $p_{2d}^2 > 0$ sinnvolle Lösungen für s_1 erwarten können; aus Gl. (4.44c) folgt damit:

$$\beta^2 < \frac{2\epsilon_r \mu_s}{H^2} (W_s^2 + \sqrt{W_s^2 - H_s^2}) \quad (5.13)$$

Die numerische Untersuchung hat gezeigt (Kapitel 8), daß wir das in (5.13) angegebene Definitionsintervall des Phasenmaßes β gemäß

$$\beta_{ab} < \beta < \sqrt{\epsilon_r} \quad (5.14)$$

einschränken können.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß für sinnvolle Lösungen von s_j in Hb I und Hb II über den gesamten Bereich p wenigstens eine der vier Lösungen von Gl. (4.19) imaginär sein muß.

6. Die normierte Oberflächenstromdichte

6.1 Bedingungen für die Felder an der Streifenleiterkante

Auf dem Streifenleiter haben wir in Gl. (4.31 - 4.33) eine beliebige Oberflächenstromdichte angenommen, deren mathematische Beschreibung durch die Reihe aus Gl. (5.7) gegeben ist, wobei offengelassen wurde, nach welchen Basisfunktionen entwickelt werden soll. Bei der numerischen Behandlung der Matrixgleichung (5.8) muß diese Reihe nach einer endlichen Zahl von Gliedern abgebrochen werden. Dies führt zu einem Ergebnis, das fehlerbehaftet ist. Durch geeignete Wahl der Basisfunktionen ist es möglich, die Zahl von Gliedern der Reihe so zu begrenzen, daß der Abbruchfehler innerhalb einer vorgegebenen Schranke liegt. Darüber hinaus wird durch diese Maßnahme die für die numerische Auswertung notwendige Rechenzeit und Speicherkapazität des Rechners erheblich begrenzt. Um geeignete Basisfunktionen auswählen zu können, ist es notwendig, das elektromagnetische Feld im Bereich der Streifenleiterkante zu untersuchen. Dazu soll ein Verfahren angewandt werden, wie es von MEIXNER /48/ (/13/, S. 4) im Zusammenhang mit der Behandlung von Beugungsproblemen angegeben wurde. In Bild 6.1 ist die rechte Streifenleiterkante der Leitung des Bildes 4.1 für einen Bereich $\rho \ll h, w$ dargestellt. ρ ist die radiale Koordinate eines zylindrischen Koordinatensystems, dessen Ursprung im Punkt $x = h, y = w/2$ liegt. Die z-Achse verläuft parallel zur Leiterkante.

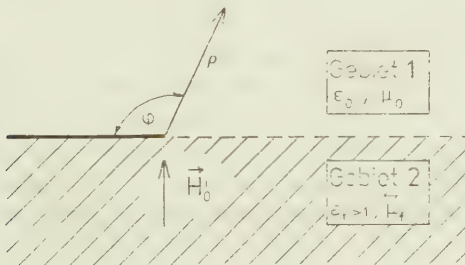


Bild 6.1: Streifenleiterkante Gebiet 1: $0 < \varphi < \pi$ (Vakuum)
 Gebiet 2: $\pi < \varphi < 2\pi$

Für die Komponenten des elektrischen und des magnetischen Feldes im Gebiet 1 kann nun folgender Ansatz gemacht werden:

$$\begin{aligned} E_{\rho m} &= \exp(-jk_0 \beta z) (a_{0m} \rho^{t_m-1} + a_{1m} \rho^{t_m} + a_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \\ E_{\varphi m} &= \exp(-jk_0 \beta z) (b_{0m} \rho^{t_m-1} + b_{1m} \rho^{t_m} + b_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \\ E_{zm} &= \exp(-jk_0 \beta z) (c_{0m} \rho^{t_m-1} + c_{1m} \rho^{t_m} + c_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \end{aligned} \quad (6.1a)$$

$$\begin{aligned} H_{\rho m} &= \exp(-jk_0 \beta z) (\alpha_{0m} \rho^{t_m-1} + \alpha_{1m} \rho^{t_m} + \alpha_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \\ H_{\varphi m} &= \exp(-jk_0 \beta z) (\beta_{0m} \rho^{t_m-1} + \beta_{1m} \rho^{t_m} + \beta_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \\ H_{zm} &= \exp(-jk_0 \beta z) (\gamma_{0m} \rho^{t_m-1} + \gamma_{1m} \rho^{t_m} + \gamma_{2m} \rho^{t_m+1} + \dots) \end{aligned} \quad (6.1b)$$

Darin sind alle Koeffizienten-Funktionen des Winkels φ .

Die sogenannte Kantenbedingung in allgemeiner Form fordert, daß die elektromagnetische Energiedichte über jeden endlichen Bereich endlich ist. Daraus folgt für die Ansätze in Gl. (6.1a) und Gl. (6.1b) die Bedingung

$$t_m > 0.$$

Werden die Feldkomponenten nach Gl. (6.1) in die Maxwell'schen Gleichungen eingesetzt, so lassen sich bei einem Koeffizientenvergleich Beziehungen zwischen den Koeffizienten a_{vm} , b_{vm} , c_{vm} , α_{vm} , β_{vm} , γ_{vm} in Form von Differentialgleichungen angeben. Im folgenden soll nun die Frage von Interesse sein, ob und wie die einzelnen Feldkomponenten und damit die Oberflächenstromdichte für $\rho \rightarrow 0$ endlich oder unendlich werden und nicht verschwinden. Dazu reicht es aus nur die Koeffizienten mit $v = 0$ zu betrachten und Lösungen der Maxwell'schen Gleichungen für Werte im Bereich von $0 < t_m \leq 1$ zu diskutieren.

Die Differentialgleichungen für die Koeffizienten lauten *):

$$\begin{aligned} d_{\varphi} \gamma_{0m} &= 0, & d_{\varphi} c_{0m} &= 0, \\ \gamma_{0m}(t_m - 1) &= 0, & c_{0m}(t_m - 1) &= 0, \\ a_{0m} t_m - d_{\varphi} \alpha_{0m} &= 0, & b_{0m} t_m - d_{\varphi} a_{0m} &= 0, \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} k_0 \beta (d_{\varphi} a_{0m} - b_{0m} t_m) &= \omega \mu_0 (d_{\varphi} \beta_{0m} + \alpha_{0m} t_m), \\ k_0 \beta (\beta_{0m} t_m - d_{\varphi} \alpha_{0m}) &= \omega \epsilon_0 (d_{\varphi} b_{0m} + a_{0m} t_m). \end{aligned}$$

Für die Koeffizienten, die bis auf c_0 und γ_0 noch von der Koordinate φ abhängig sind, könne zur Lösung der obigen Differentialgleichungen ebenfalls Ansätze gemacht werden. Diese Ansätze, mit denen die Feldkomponenten nach Gl. (6.1) die Randbedingungen für $\rho > 0$, $\varphi = 0$ erfüllen müssen, haben im Fall $f \neq 0$ die Form:

$$\begin{aligned} a_{0m} &= L_m \sin(t_m \varphi), & \alpha_{0m} &= K_m \cos(t_m \varphi), \\ b_{0m} &= L_m \cos(t_m \varphi), & \beta_{0m} &= -K_m \sin(t_m \varphi), \\ c_{0m} &= 0, & \gamma_{0m} &= 0 \text{ für } t_m \neq 1. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Die Größen L_m und K_m sind Amplitudenkonstanten.

Mit den Feldkomponenten für das Gebiet 2 ($\pi < \varphi < 2\pi$) wird in gleicher Weise verfahren. Nun müssen wir aber den in Gl. (3.24) für kartesische Koordinaten definierten Permeabilitätstensor (Vormagnetisierungsrichtung ist die x-Achse) auf das hier eingeführte zylindrische Koordinatensystem transformieren. Mit der Basistransformationsmatrix $\vec{M}$ ist $\vec{\mu}_{\rho, \varphi, z}$ gegeben durch

*) $d_{\varphi}^n = \frac{d^n}{d\varphi^n}$

$$\vec{\mu}_{\rho, \varphi, z} = \dot{M}^{-1} \vec{\mu}_{x, y, z} \dot{M} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (6.4a)$$

Dabei sei $\vec{\mu}_{x, y, z}$ der in Gl. (3.24) definierte Tensor, Matrix $\dot{M}$

$$\dot{M} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.4b)$$

somit

$$\begin{aligned} \lambda_{11} &= \mu_1 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi, & \lambda_{12} &= \lambda_{21} = (1 - \mu_1) \sin \varphi \cos \varphi \\ \lambda_{13} &= -\lambda_{31} = j \mu_2 \cos \varphi, & \lambda_{22} &= \mu_1 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \\ \lambda_{32} &= -\lambda_{23} = j \mu_2 \sin \varphi, & \lambda_{33} &= \mu_1 \end{aligned} \quad (6.4c)$$

Die entsprechenden Differentialgleichungen für die Koeffizienten $\bar{a}_{vm}, \bar{b}_{vm}, \bar{c}_{vm}, \bar{\alpha}_{vm}, \bar{\beta}_{vm}, \bar{\gamma}_{vm}$ lauten nun:

$$\begin{aligned} d_{\varphi} \bar{\gamma}_{0m} &= 0, & d_{\varphi} \bar{c}_{0m} &= 0, \\ \bar{\gamma}_{0m}(t_m - 1) &= 0, & \bar{c}_{0m}(t_m - 1) &= 0, \\ \bar{b}_{0m} t_m - d_{\varphi} \bar{\alpha}_{0m} &= 0, & \bar{b}_{0m} t_m - d_{\varphi} \bar{a}_{0m} &= 0, \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$k_0 \beta (t_m \bar{\beta}_{0m} - d_{\varphi} \bar{\alpha}_{0m}) = \omega \epsilon_0 \epsilon_r (d_{\varphi} \bar{b}_{0m} + \bar{a}_{0m} t_m),$$

$$\begin{aligned} k_0 \beta (d_{\varphi} \bar{a}_{0m} - t_m \bar{b}_{0m}) &= \omega \mu_0 \{ t_m (\lambda_{11} \bar{\alpha}_0 + \lambda_{12} \bar{\beta}_0 + \lambda_{13} \bar{\gamma}_0) + \\ &+ d_{\varphi} (\lambda_{21} \bar{\alpha}_0 + \lambda_{22} \bar{\beta}_0 + \lambda_{23} \bar{\gamma}_0) \} \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der Randbedingungen $E_{\rho}(\varphi=2\pi) = 0$ und $E_z(\varphi=2\pi) = 0$ für $\rho > 0$ folgt aus (6.5) für die Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_{0m} &= \bar{L}_m \sin\{t_m(2\pi - \varphi)\} , \\
 \bar{b}_{0m} &= -\bar{L}_m \cos\{t_m(2\pi - \varphi)\} , \\
 \bar{c}_{0m} &= 0 , \\
 \bar{\alpha}_{0m} &= \bar{K}_m F_m , \\
 \bar{\beta}_{0m} &= \bar{K}_m t_m^{-1} d_{\varphi} F_m \quad \text{mit} \quad \bar{K}_m d_{\varphi} F_m \Big|_{\varphi = 2\pi} = 0 , \\
 \bar{\gamma}_{0m} &= 0 \quad \text{für} \quad t_m \neq 1 .
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Dabei sei $F_m(\varphi)$ die Lösung der aus Gl. (6.5) zu ermittelnden Differentialgleichung:

$$\lambda_{22} d_{\varphi}^2 F_m + (2\lambda_{12} t_m + d_{\varphi} \lambda_{22}) d_{\varphi} F_m + t_m (t_m \lambda_{11} + d_{\varphi} \lambda_{12}) F_m = 0 \tag{6.7}$$

Die Stetigkeitsbedingungen für die Feldkomponenten E_{ρ} , E_{φ} in der Grenzschicht $\varphi = \pi$ führen zu der Gleichung

$$(\epsilon_r + 1) \sin(2t_m \pi) = 0 . \tag{6.8}$$

Diese Gleichung wird für alle

$$t_m = \frac{m}{2} \tag{6.9}$$

mit $m = 1, 2, 3, \dots$ erfüllt. Für t_1 wird Gleichung (6.7)

$$4\lambda_{22} d_{\varphi}^2 F_1 + 4(\lambda_{12} + d_{\varphi} \lambda_{22}) d_{\varphi} F_1 + (\lambda_{11} + 2d_{\varphi} \lambda_{12}) F_1 = 0 \tag{6.10}$$

und aus den Stetigkeitsbedingungen für die Feldkomponenten E_{ρ} , H_{ρ} , H_z in der Grenzschicht $\varphi = \pi$ folgt:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \bar{L}_1 , \\
 F_1(\pi) &= 0 , \\
 K_1 &= -2\bar{K}_1 d_{\varphi} F_1 \Big|_{\varphi = \pi} .
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Für t_2 wird Gl. (6.7)

$$d_{\varphi}^2 F_2 + F_2 = 0 \quad , \quad (6.12a)$$

so daß in diesem Fall die Koeffizienten $\bar{\alpha}_{02}$, $\bar{\beta}_{02}$ durch

$$\bar{\alpha}_{02} = \bar{K}_2 \cos(2\pi - \varphi) \quad , \quad (6.12b)$$

$$\bar{\beta}_{02} = \bar{K}_2 \sin(2\pi - \varphi) \quad ,$$

gegeben sind. Aus den Stetigkeitsbedingungen lassen sich in diesem Fall für die Amplitudenfaktoren die Beziehungen

$$\begin{aligned} L_2 &= -\epsilon_r \bar{L}_2 \quad , \\ K_2 &= \bar{K}_2 \quad , \\ \gamma_{02} &= \bar{\gamma}_{02} \quad , \end{aligned} \quad (6.13)$$

herleiten. Für $\rho \rightarrow 0$ folgt damit aus der Gleichung (6.1)

$$\begin{aligned} E_{\rho} &= O(\rho^{-1/2}) \quad , \\ H_{\rho} &= O(\rho^{-1/2}) \quad , \\ E_{\varphi} &= O(\rho^{-1/2}) \quad , \\ H_{\varphi} &= O(\rho^{-1/2}) \quad , \\ E_z &= O(\rho^{1/2}) \quad , \\ H_z &= O(\rho^{1/2}) \quad . \end{aligned} \quad (6.14)$$

Die normierten Oberflächenstromdichten sind durch Gl. (4.31)

$$\begin{aligned} H_z(\varphi=2\pi) - H_z(\varphi=0) &= K_{\rho}/\eta \quad , \\ H_{\rho}(\varphi=0) - H_{\rho}(\varphi=2\pi) &= K_z/\eta \end{aligned} \quad (6.15)$$

definiert.

Die Komponenten $H_z(\varphi=0)$, $H_z(\varphi=2\pi)$, $H_\rho(\varphi=0)$ und $H_\rho(\varphi=2\pi)$ haben die Form

$$\begin{aligned} H_z(\varphi=0) &= \exp(-jk_0\beta z) \{ \gamma_{02} + 0(\rho^{1/2}) \} , \\ H_z(\varphi=2\pi) &= \exp(-jk_0\beta z) \{ \gamma_{02} + 0(\rho^{1/2}) \} , \\ H_\rho(\varphi=0) &= \exp(-jk_0\beta z) \{ K_1 \rho^{-1/2} + 0(1) \} , \\ H_\rho(\varphi=2\pi) &= \exp(-jk_0\beta z) \{ \bar{K}_1 F_1(2\pi) \rho^{-1/2} + 0(1) \} \end{aligned} \quad (6.16)$$

und damit folgt aus Gl. (6.15) für die normierten Oberflächenstromdichten

$$\exp(jk_0\beta z) K_\rho = 0(\rho^{1/2}) , \quad (6.17a)$$

$$\exp(jk_0\beta z) K_z = 0(\rho^{-1/2}) . \quad (6.17b)$$

Bemerkung:

Wenn das Gebiet 2 mit einem isotropen Substrat gefüllt ist, dann erhalten die normierten Oberflächenstromdichten aus Gl. (6.17) die Form

$$\exp(jk_0\beta z) K_\rho = 2j \{ 2k_0\beta K_1 - \omega \epsilon_0 L_1 (1 + \epsilon_r) \} \rho^{1/2} + 0(\rho) , \quad (6.18)$$

$$\exp(jk_0\beta z) K_z = 2K_1 \rho^{-1/2} + 0(\rho^{1/2}) .$$

6.2 Die mathematische Beschreibung der Oberflächenstromdichte

Bekanntlich (z.B. /21/, /23/, /47/) können die normierten Oberflächenstromdichten $K_z(y)$ und $K_y(y)$ für die EH_0 -Welle (Grundwellen-Typ) bei isotropem Substratmaterial und unter der Bedingung $w \approx h$ angegeben werden durch

$$K_z = K_z(0) \{ 1 - (2y/w)^2 \}^{-1/2} , \quad (6.19)$$

$$K_y = K_z(0) a \sin(\pi y/w) \{ 1 - (2y/w)^2 \}^{1/2}$$

mit $|y| < w/2$ und a als Konstante.

Falls eine Orthogonalreihenentwicklung durchgeführt werden soll, erhebt sich die Frage, welche Basisfunktionen sich hinsichtlich des Konvergenzverhaltens besonders gut eignen. Dazu werden im folgenden für K_z bzw. K_y die Fourier- und Tschebyscheff-Entwicklung untersucht.

Man erhält mit den Normierungen $\bar{y} = 2y/w$ und $K(0) = 1$:

A) nach Fourier (/10/, S. 197)

für K_z

$$K_z = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos(n\bar{y}), \quad |\bar{y}| \leq 1 \quad (6.20a)$$

mit

$$b_0 = \pi/2, \quad b_n = 2b_0 J_0(n\pi),$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = (-1)^n n^{-1/2},$$

für K_y

$$K_y = a \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\pi\bar{y}), \quad |\bar{y}| \leq 1 \quad (6.20b)$$

mit

$$a_n = J_1(n\pi - \frac{\pi}{2}) / (2n-1) - J_1(n\pi + \frac{\pi}{2}) / (2n+1),$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = (-1)^{n+1} n^{-3/2}.$$

Dabei sei $J_n(z)$ die Besselfunktion erster Art und n -ter Ordnung.

B) nach Tschebyscheff (zweiter Art) (/25/, S. 773-802)

$$K_z = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (2n-m)!}{m! (2n-2m)!} (2\bar{y})^{2(n-m)}, \quad |\bar{y}| < 1 \quad (6.20c)$$

mit

$$b_0 = 4/\pi, \quad b_n = b_0/(2n+1)$$

Im nachstehenden Bild sind die Koeffizienten b_n aus (6.20a,c) und a_n aus (6.20b) über n aufgetragen worden.

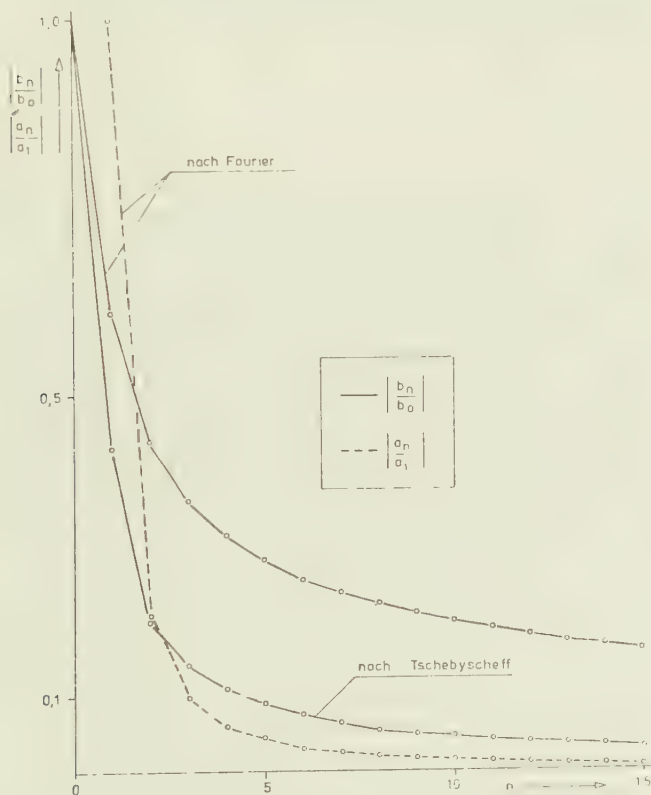


Bild 6.2: Verlauf der Entwicklungskoeffizienten aus Gl. (6.20)

Es wird deutlich, daß für K_z die Tschebyscheff- und für K_y die Fourierentwicklung besonders günstig ist.

Berücksichtigen wir nun bei unseren Überlegungen die Kontinuitätsgleichung (/10/, S. 4)

$$j d_y K_y(y) + k_0 \beta K_z(y) = \omega n \sigma(y) \quad (6.21)$$

mit der Ladungsdichte $\sigma(y)$ auf dem metallischen Streifen, so zeigt (6.21), daß ein Zusammenhang zwischen K_y und K_z besteht. DENLINGER /49/ verwendet zur Bestimmung von K_y diese Kontinuitätsgleichung und nimmt dabei an, daß die Ladungsdichte durch

$$\sigma(y) = (nv)^{-1} K_z(y)$$

gegeben ist (v ist Phasengeschwindigkeit). Diese Annahme stimmt nicht mit der theoretischen Betrachtung von BRYANT und WEISS /50/ überein.

Da wir es mit einem gyrotropen Substrat zu tun haben, ist es hier nicht gelungen, mit Hilfe der Greenschen Funktionen-theorie und der Kontinuitätsgleichung den Zusammenhang zwischen K_y und K_z herzustellen. Deshalb sind wir gezwungen, K_z und K_y getrennt zu entwickeln. Außerdem dürfen wir erwarten, daß eine Entartung der in Gl. (6.19) gegebenen Funktionen für K_y und K_z auftritt, d.h. die in Gl. (6.19) angenommene Eigenschaft $K_y(y) = -K_y(-y)$ und $K_z(y) = -K_z(-y)$ für EH_0 -Welle, welche bei der Reihenentwicklung (6.20a-c) berücksichtigt worden ist, können nicht mehr aufrecht erhalten werden.

Entwickeln wir K_z nach den vollständigen (orthogonalen) Tschebyscheff-Polynomen zweiter Art, dann legt die Kontinuitätsgleichung (6.21) nahe, K_y ebenfalls nach diesen Polynomen zu entwickeln. Diese Art von Entwicklung hat den Nachteil, daß die Fouriertransformierten der Tschebyscheff-Polynome asymptotisch mit $O(p^{-1})$ abklingen. Wenden wir die Eigenschaften von $G_{mn}(m, n = 1, 2)$ aus Gl. (4.47a) an, so läßt es sich zeigen, daß es Integranden aus Gl. (5.9) gibt, die asymptotisch mit $O(p^{-1})$ abklingen. Dies wiederum ist für die numerische Behandlung dieser Integrale ein großer Nachteil.

Günstiger ist es, die Entwicklung wie folgt vorzunehmen:

$$K_y(\bar{y}) = j \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\{n\pi(\bar{y}+1)/2\} \quad , \quad (6.22a)$$

$$|\bar{y}| \leq 1$$

$$K_z(\bar{y}) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \frac{\cos\{n\pi(\bar{y}+1)/2\}}{\sqrt{1-\bar{y}^2}} \quad . \quad (6.22b)$$

Dabei ist die Entwicklung für K_z (6.22b) mit der Maxwell-Funktion

$$S_z(\bar{y}) = 1/\sqrt{1-\bar{y}^2} \quad , \quad |\bar{y}| \leq 1 \quad (6.22c)$$

multipliziert worden.

Die Basisfunktionen sind zweimal stetig differenzierbar und absolut integrierbar, jedoch nur teilweise untereinander orthogonal. Sie erfüllen jede für sich die Kantenbedingungen (6.17). Orthogonalität muß nicht unbedingt gefordert werden; sie verbessert die Kondition des aus dem Galerkin-Verfahren resultierenden Gleichungssystems /18/. Auch die Eigenschaft der zweimaligen stetigen Differenzierbarkeit über der gesamten Streifenbreite ist eine nicht notwendige sondern wünschenswerte Bedingung im Galerkin-Verfahren. Ist nun K_z eine reelle Größe, d.h. die Koeffizienten b_n aus Gl. (6.22b) sind reell, so sind die für K_y in Gl. (6.22a) definierten Koeffizienten a_n unter Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung reelle Größen.

Mit Hilfe des normierten Fourier-Integrals

$$F(\bar{p}) = \frac{w}{2} \int_{-1}^1 F(\bar{y}) \exp(-j\bar{p}\bar{y}) d\bar{y} \quad (6.23)$$

wobei $\bar{p} = wp/2$ die normierte Fourier-Variable ist, werden die Fouriertransformierten der Oberflächenstromdichte K_y durch

$$\tilde{K}_y(\bar{p}) = \frac{w}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \tilde{K}_{y,n}(\bar{p}) \quad (6.24)$$

und K_z durch

$$\tilde{K}_z(\bar{p}) = \frac{w}{2} \sum_{n=0}^{\infty} b_n \tilde{K}_{z,n}(\bar{p}) \quad (6.25)$$

gegeben. Dabei sei:

a) n gerade ($v = n/2$)

$$\tilde{K}_{y,n}(\bar{p}) = n\pi \sin(\bar{p}) / \{\bar{p}^2 - (n\pi/2)^2\}, \quad (6.26a)$$

$$\tilde{K}_{z,n}(\bar{p}) = (-1)^v \{J_0(n\pi/2 + \bar{p}) + J_0(n\pi/2 - \bar{p})\}, \quad (6.26b)$$

b) n ungerade ($v = (n+1)/2$)

$$\tilde{K}_{y,n}(\bar{p}) = jn\pi \cos(\bar{p}) / \{(n\pi/2)^2 - \bar{p}^2\}, \quad (6.26c)$$

$$\tilde{K}_{z,n}(p) = j(-1)^v \{J_0(n\pi/2 + \bar{p}) - J_0(n\pi/2 - \bar{p})\}. \quad (6.26d)$$

Für die Auswertung numerischer Berechnungen ist es wichtig, das asymptotische Verhalten einer der Entwicklungskoeffizienten aus Gl. (6.22) zu kennen. Dazu wird das Verhalten der normierten Oberflächenstromdichten an der Streifenleitungs-kante ($\rho=1-|\bar{y}|$ mit $\rho \rightarrow 0$) auf das Verhalten der Entwicklungskoeffizienten der zugehörigen Reihenentwicklungen zurückgeführt.

Mit den asymptotischen Entwicklungen (/13/, S. 12)

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\tau} \sin(n\rho), \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^{\tau} \cos(n\rho) \sim \rho^{-(\tau+1)}$$

für $\rho \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ und $-1 < \tau < 0$

und der Kantenbedingung für K_y (siehe Gl. (6.17a)) ergibt sich für die Entwicklungskoeffizienten a_n aus Gl. (6.22a)

$$a_n \sim n^{-3/2} \quad \text{für } n \rightarrow \infty \quad (6.27)$$

(Siehe auch das Ergebnis aus Gl. (6.20b).)

Bemerkung:

Die in Gl. (4.38) genannten Eigenschaften $\tilde{K}_Y(p) = O(p^{-3/2})$ und $\tilde{K}_Z(p) = O(p^{-1/2})$ ergeben sich aus der Fourier-Transformation der Gleichung (6.19).

7. Numerische Lösung

7.1. Überlegungen zum numerischen Verfahren

Wie schon in Abschnitt 6.1 bemerkt worden ist, müssen zur numerischen Behandlung des Gleichungssystems (5.8) die unendlichen Reihenansätze aus Gl. (6.22a,b) durch endlichen Reihenansätze ersetzt werden, d.h.

$$\begin{aligned} K_y(\bar{y}) &= j \sum_{n=1}^{M_y} a_n \sin\{n\pi(\bar{y}+1)/2\} , \\ K_z(\bar{y}) &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{M_z} b_n \frac{\cos\{n\pi(\bar{y}+1)/2\}}{\sqrt{1-\bar{y}^2}} , \end{aligned} \quad |\bar{y}| \leq 1 \quad (7.1)$$

M_y und M_z sind so zu wählen, daß eine hinreichende gute Konvergenz erreicht wird. Hinsichtlich der Zahl der Glieder M_y und M_z aus Gl. (7.1) kann folgendes festgestellt werden. Die Kontinuitätsgleichung (6.21) besagt, daß M_y und M_z von einander abhängig sind, d.h. obwohl physikalisch nur eine einzige Lösung existieren darf, ergibt sich bei einer festen Zahl M_z für jede beliebige Zahl M_y eine andere Lösung. Diese Erscheinung ist typisch für numerische Feldberechnungen, bei denen dünne Blenden eine Rolle spielen; sie wird relative Konvergenz genannt /51/, /52/. Betrachten wir die Kontinuitätsgleichung (6.21) mit den Entwicklungspolynomen (7.1), so ist ersichtlich, daß die Reihenansätze (7.1) nur für $M_y = M_z = M$ sinnvoll sind. Das zu lösende Gleichungssystem lautet dann:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^M a_n k_{m,n}^{(1,1)} + \sum_{n=0}^M b_n k_{m,n}^{(1,2)} &= 0 , \quad m = 0,1,2\dots M \\ \sum_{n=1}^M a_n k_{m,n}^{(1,2)} + \sum_{n=0}^M b_n k_{m,n}^{(2,2)} &= 0 , \quad m = 1,2,3\dots M \end{aligned} \quad (7.2)$$

Da die in Gl. (5.9) auftretenden uneigentlichen Integrale numerisch ermittelt werden müssen, ist es erforderlich ihr asymptotisches Verhalten zu untersuchen.

Die Integranden der Integrale $K_{m,n}^{(\nu, \ell)}$ ($\nu, \ell=1,2$) sind durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

a) n gerade

$$\tilde{K}_{y,n}(p) = -\tilde{K}_{y,n}(-p) \quad , \quad (7.3a)$$

$$\tilde{K}_{z,n}(p) = \tilde{K}_{z,n}(-p) \quad ,$$

b) n ungerade

$$\tilde{K}_{y,n}(p) = \tilde{K}_{y,n}(-p) \quad , \quad (7.3b)$$

$$\tilde{K}_{z,n}(p) = -\tilde{K}_{z,n}(-p) \quad ,$$

c) $\nu = 11, 22$

$$\operatorname{Re}\{G_\nu(p)\} = -\operatorname{Re}\{G_\nu(-p)\} \quad , \quad (7.3c)$$

$$\operatorname{Im}\{G_\nu(p)\} = \operatorname{Im}\{G_\nu(-p)\} \quad ,$$

d) $\nu = 12, 21$

$$\operatorname{Re}\{G_\nu(p)\} = \operatorname{Re}\{G_\nu(-p)\} \quad , \quad (7.3d)$$

$$\operatorname{Im}\{G_\nu(p)\} = -\operatorname{Im}\{G_\nu(-p)\} \quad .$$

Wir können außerdem noch eine Einteilung in zwei Klassen vornehmen:

Klasse A

$$m = (0), 2, 4, \dots, M$$

oder

$$n = 1, 3, 5, \dots, M$$

$$m = 1, 3, 5, \dots, M$$

$$n = (0), 2, 4, \dots, M$$

$$\begin{aligned}
 K_{m,n}^{(1,1)} &= jw \int_0^\infty \tilde{K}_{z,m} \tilde{K}_{y,n} \operatorname{Im}(G_{11}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(1,2)} &= jw \int_0^\infty \tilde{K}_{z,m} \tilde{K}_{z,n} \operatorname{Im}(G_{12}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(2,1)} &= jw \int_0^\infty \tilde{K}_{y,m} \tilde{K}_{y,n} \epsilon_x \operatorname{Im}(G_{21}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(2,2)} &= jw \int_0^\infty \tilde{K}_{y,m} \tilde{K}_{z,n} \epsilon_x \operatorname{Im}(G_{22}) d\bar{p} \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{7.4a}$$

Klasse II

$$\begin{aligned}
 m &= (0), 2, 4 \dots M & m &= 1, 3, 5 \dots M \\
 & & \text{oder} & \\
 n &= (0), 2, 4 \dots M & n &= 1, 3, 5 \dots M
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{m,n}^{(1,1)} &= w \int_0^\infty \tilde{K}_{z,m} \tilde{K}_{y,n} \operatorname{Re}(G_{11}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(1,2)} &= w \int_0^\infty \tilde{K}_{z,m} \tilde{K}_{z,n} \operatorname{Re}(G_{12}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(2,1)} &= w \int_0^\infty \tilde{K}_{y,m} \tilde{K}_{y,n} \epsilon_x \operatorname{Re}(G_{21}) d\bar{p} \quad , \\
 K_{m,n}^{(2,2)} &= w \int_0^\infty \tilde{K}_{y,m} \tilde{K}_{z,n} \epsilon_x \operatorname{Re}(G_{22}) d\bar{p} \quad .
 \end{aligned}
 \tag{7.4b}$$

Mit Hilfe Gl. (4.7), Gl. (4.47a) und Gl. (6.26) läßt sich zeigen, daß die Integranden der uneigentlichen Integrale aus Gl. (7.4) asymptotisch mit $\bar{p}^{-\tau}$ ($\tau \geq 2$) abklingen. Es ist deshalb möglich, die numerische Auswertung dieser Integrale auf einen endlichen Bereich $0 \leq \bar{p} \leq \bar{p}_{\max}$ zu beschränken.

Die Genauigkeit dieser Auswertung hängt sowohl vom Auswertungsbereich, als auch von der Zahl der Stützstellen für die hier anzuwendende Gauß'sche Quadratur ab. Da aber alle Integranden aus Gl. (7.4) mit Ausnahme derer von $K_{m,n}^{(1,2)}$ aus Klasse B asymptotisch mit $\bar{p}^{-\tau}$ ($\tau \geq 5/2$) abklingen, kann bei gleichem Integrationsbereich und gleicher Anzahl der Stützstellen eine Steigerung der Genauigkeit erreicht werden. Dazu wird das Integral $K_{m,n}^{(1,2)}$ aus der Klasse B folgendermaßen asymptotisch entwickelt:

$$K_{m,n}^{(1,2)} = w \int_0^Q F(\bar{p}) d\bar{p} + w \int_Q^\infty \{F(\bar{p}) - F_{as}(\bar{p})\} d\bar{p} + w \int_Q^\infty F_{as}(\bar{p}) d\bar{p} \quad (7.5)$$

Dabei sei

$$F(\bar{p}) = \tilde{K}_{z,m} \tilde{K}_{z,n} \operatorname{Re}(G_{12})$$

und $F_{as}(\bar{p})$ die von $F(\bar{p})$ zu bildende asymptotische Entwicklung

Durch Anwendung der Beziehungen

$$\lim_{\bar{p} \rightarrow \infty} \bar{p} \operatorname{Re}(G_{12}) = g_{12} \quad (7.6a)$$

mit (siehe Gl. (4.47a))

$$g_{12} = \frac{2k_0 \{ \sqrt{\mu_1} (1 + \epsilon_r) - \beta^2 (1 + \sqrt{\mu_1}) \}}{w(1 + \sqrt{\mu_1})(\epsilon_r + 1)} \quad (7.6b)$$

und (/25/, S. 364)

$$J_0(x) = (2/\pi x)^{1/2} \cos(x - \pi/4) + O(x^{-3/2}) \quad \text{für } x \rightarrow \infty$$

ergibt sich für $F_{as}(\bar{p})$

a) n und m gerade

$$F_{as} = 4g_{12} \{1 + \sin(2\bar{p})\} / (\pi \bar{p}^2) + O(\bar{p}^{-5/2}) \quad (7.7a)$$

b) n und m ungerade

$$F_{as} = 4g_{12} \{\sin(2\bar{p}) - 1\} / (\pi \bar{p}^2) + O(\bar{p}^{-5/2}) \quad (7.7b)$$

mit $n\pi, m\pi < 2Q$.

Ist $Q = 2\pi v$ mit $v=1,2,\dots$, dann ergibt sich für das Integral

$$2\pi v \int_0^\infty \frac{\sin(2\bar{p})}{\bar{p}} d\bar{p} = 2 \int_0^\infty \frac{\cos(t)}{t} dt = 2/(4-v)^2,$$

so daß wir, wenn v groß genug ist, das Integral aus Gl. (7.5) durch

$$K_{m,n}^{(1,2)} = \frac{2w(-1)^l}{\pi^2 v} g_{iz} + w \int_0^{2\pi v} F(\bar{p}) d\bar{p}, \quad i=(n+m)/2 \quad (7.8)$$

annähern können. Setzen wir nun die obere Grenze des Integrationsbereichs ($0 \leq \bar{p} \leq \bar{p}_{\max}$) gleich $2\pi v$, so kann das Integral aus Gl. (7.8) auf den gleichen Bereich wie die übrigen begrenzt und numerisch ausgewertet werden.

7.2 Numerische Berechnung der Feldkomponenten in der Grenzschiicht (x=h)

Für praktische Anwendungen ist es von Vorteil den Feldverlauf auf der Mikrostreifenleitung zu kennen. Dabei wird auch der Zusammenhang zwischen Geometrie der Streifenleitung, Vormagnetisierungs-Feldstärke und Betriebsfrequenz deutlich. Darüber hinaus kann, wie schon in Abschnitt 2.4 bemerkt worden ist, diese Kenntnis des Feldverlaufs der einfachen Mikrostreifenleitung dazu benutzt werden, komplizierte Leitungsstrukturen in elektromagnetischem Sinne qualitativ zu beschreiben. So werden z.B. in Kapitel 10 mit Hilfe dieses Feldverlaufs die Eigenschaften einiger Bauelemente besprochen.

Der Feldverlauf in der Grenzschiicht $x=h$ kann nun wie folgt ermittelt werden: Aus Gl. (4.4) gewinnt man mit Hilfe von Gl. (4.1), Gl. (4.34), Gl. (6.24-25) und den Eigenschaften aus Gl. (7.3) für die longitudinalen Feldkomponenten die Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 E_{z1}(x=h, \bar{y}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} & [jKS_y^u(\bar{p}) \{ \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{11}) + \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{11}) \} + \\
 & + KS_y^e(\bar{p}) \{ \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{11}) - \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{11}) \} + \\
 & + jKS_z^u(\bar{p}) \{ \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{12}) + \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{12}) \} + \\
 & + KS_z^e(\bar{p}) \{ \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{12}) - \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{12}) \}] d\bar{p}
 \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned}
 H_{z1}(x=h, \bar{y}) = \frac{1}{\eta\pi} \int_0^{\infty} & [KS_y^u(\bar{p}) \{ \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{21}) - \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{21}) \} + \\
 & + jKS_y^e(\bar{p}) \{ \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{21}) + \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{21}) \} + \\
 & + KS_z^u(\bar{p}) \{ \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{22}) - \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{22}) \} + \\
 & + jKS_z^e(\bar{p}) \{ \sin(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Re}(G_{22}) + \cos(\bar{p}\bar{y}) \operatorname{Im}(G_{22}) \}] d\bar{p}
 \end{aligned}$$

Dabei sei

$$\begin{aligned}
 KS_y^u(\bar{p}) &= \sum_{n=\text{ung.}}^M a_n \tilde{K}_{y,n}(\bar{p}) & (n = 1, 3, \dots, M) \\
 KS_y^e(\bar{p}) &= \sum_{n=\text{ger.}}^M a_n \tilde{K}_{y,n}(\bar{p}) & (n = 2, 4, \dots, M) \\
 KS_z^u(\bar{p}) &= \sum_{n=\text{ung.}}^M b_n \tilde{K}_{z,n}(\bar{p}) & (n = 1, 3, \dots, M) \\
 KS_z^e(\bar{p}) &= \sum_{n=\text{ger.}}^M b_n \tilde{K}_{z,n}(\bar{p}) & (n = 0, 2, \dots, M)
 \end{aligned} \quad (7.10)$$

Es läßt sich zeigen, daß die Integranden aus Gl. (7.9) asymptotisch mit $O(p^{-3/2})$ abklingen. Ebenso können wir Integral-Ausdrücke für die Hilfsfunktionen $d_x E_{z1,2}$, $d_y E_{z1,2}$, $d_x H_{z1,2}$ und $d_y H_{z1,2}$ bei $x=h$ herleiten. Bei diesen Integralen gibt es Integranden, welche asymptotisch mit $O(p^{-1/2})$ abklingen. Durch Anwendung der Randbedingungen bei $x=h$ ($E_{z1}=E_{z2}$, $E_{y1}=E_{y2}$, $\eta(H_{z2}-H_{z1})=K_y$,

$r_1(H_{y1}-H_{y2})=K_z$) und der Gleichung (3.9) sind alle Feldkomponenten in der Grenzschicht numerisch bestimmbar. Die Integrale, welche mit $O(p^{-1/2})$ asymptotisch abklingen, können wir wie in Gl. (7.5) asymptotisch entwickeln. Somit klingen alle numerisch zu bestimmenden Integrale mit $O(p^{-3/2})$ ab. Bei diesem Vorgehen benötigen wir die Grenzwert-Ausdrücke aus Gl. (4.47).

Bemerkung:

Hätte man anstelle der hier angewandten Reihen-Entwicklung sowohl für K_y als auch für K_z die Tschebyscheff-Entwicklung gewählt, so wären Integraalausdrücke entstanden, die nicht konvergieren.

8. Ergebnisse

Das in Kapitel 4-7 beschriebene Verfahren wird hauptsächlich auf zwei konkrete Beispiele angewandt:

Leitung 1: $n = 0,635\text{mm}$
 $w = h$

Leitung 2: $h = 0,635\text{mm}$
 $w = 5h$

Für beide soll dabei gelten: Frequenzbereich $f = 1...20\text{ GHz}$, Substratmaterial Gadolinium dotiertes YIG mit den Kenngrößen *)
 $M_s = 955\text{ A/cm}$, $\epsilon_r = 15,2$, $g = 1,99$.

Für isotropes Substratmaterial besitzt die Leitung 1 im angegebenen Frequenzbereich typische Dimensionen. Es zeigt sich, daß im angegebenen Frequenzbereich auf dieser Leitung nur die EH_0 -Welle (Grundwellen-Typ) ausbreitungsfähig ist. Zum Studium des technisch weniger wichtigen höheren Wellentyps (EH_1 -Welle) ist die Leitung 2 geeignet. Darüber hinaus ist der Feldverlauf der EH_0 -Welle auf dieser Leitung "stärker" asymmetrisch als der von Leitung 1. Diese Asymmetrie wird bei nichtreziproken Bauelementen, wie z.B. die in Kap. 10 beschriebenen, ausgenutzt. Leitung 2 ist daher von besonderem Interesse.

Zur Ermittlung der numerisch wichtigen Größen

- (i) M_p -Anzahl der Stützstellen in der Gauß'schen Quadratur, obere Grenze des Integrationsbereichs ($0 \leq p \leq \bar{p}_{\max}$),
- (ii) M-obere Summationsgrenze in den Reihenansätzen aus Gl. (7.1) ($M = M_y = M_z$),

kann folgendes gesagt werden:

zu (i): Bei Überprüfung der Integranden der numerisch zu berechnenden Integrale geht hervor, daß zwischen der oberen Integrationsgrenze $\bar{p}_{\max}$ und der Streifenleitungsbreite w ein

*) Firma Trans-Tech, Inc.: Substrat G 1001

Zusammenhang nach Gl. (8.1) besteht.

$$\bar{p}_{\max} = w \bar{p}_0 \quad , \quad \bar{p}_0 \text{ Konstante} \quad (8.1)$$

Dabei wurde angenommen, daß die Anzahl der Stützstellen sich aus Gl. (8.2) ermitteln läßt.

$$M_p = w M_0 \quad , \quad M_0 \text{ Konstante} \quad (8.2)$$

Hinsichtlich Genauigkeit und Rechenaufwand lassen sich für $\bar{p}_0$ und M_0 optimale Werte angeben. Diese findet man durch Untersuchung der Abhängigkeit $\beta = \beta(\bar{p}_0, M_0)$. Der Wert M muß dabei hinreichend groß (siehe (ii)) gewählt werden. Unterstellt man, daß β auf vier Dezimalstellen genau berechnet werden soll, so ergibt sich für den gegebenen Frequenzbereich: $\bar{p}_0 = 10\pi$; $M_0 = 160$.

zu (ii): Die Abhängigkeit $\beta = \beta(M)$ läßt sich anhand der Darstellung in Bild 8.1 klären. Dort ist die relative Abweichung des Phasenmaßes β nach

$$\Delta\beta/\beta_p = (\beta - \beta_p)/\beta_p \quad , \quad \beta_p = \beta(M = 20) \quad (8.3)$$

für die Leitung 2 über M aufgetragen. Auf Grund der Theorie der Fourierreihen-Entwicklung /16/ kann gesagt werden, daß bei zunehmendem M die Oberflächenstromdichte als Originalfunktionen immer besser angenähert werden. Die Funktionen $K_y(y)$ und $\sqrt{1-y^2} K_z(y)$ sind nämlich stetig differenzierbar auf ihrem Definitionsintervall $-w \leq 2y \leq w$. Aus Bild 8.1 ist zu entnehmen, wie groß M bei einer vorgegebenen Genauigkeitsschranke für das Phasenmaß β zu wählen ist. Weiter zeigt dieses Bild, daß bei höheren Wellentypen die Gliederzahl M entsprechend größer gewählt werden muß und eine Abhängigkeit zwischen β und der Vormagnetisierungs-Feldstärke H^i besteht.

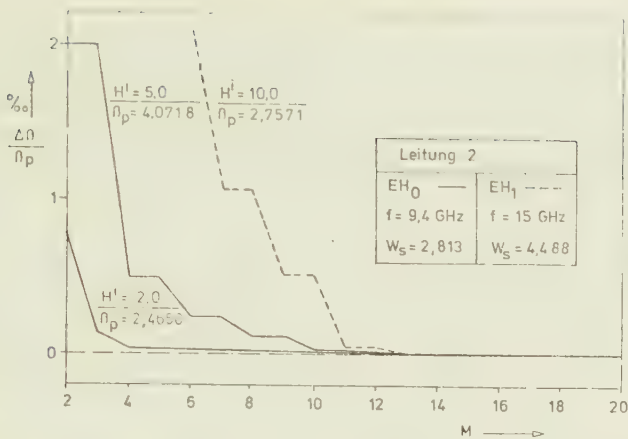


Bild 8.1: Die Abhängigkeit des Phasenmaßes von der oberen Summationsgrenze M für die Leitung 2 mit der Vormagnetisierungs-Feldstärke H^1 als Parameter

Die Abhängigkeit des Phasenmaßes β von der Streifenleitungsbreite w wird durch nachstehende Tabelle deutlich. In dieser Tabelle ist für den EH₀-Wellentyp $\beta = \beta(M)$ der Leitungen 1 und 2 mit den Parametern $f = 9.4$ GHz und $H^1 = 5$ aufgetragen.

M	$\beta(w=h)$	$\beta(w=5h)$
4	3.5610	4.0697
6	3.5610	4.0711
8	3.5610	4.0715

Es ist also möglich bei Leitung 1 mit sehr niedrigem M zu arbeiten.

Die Frage, wie genau die numerischen Ergebnisse sind, kann wie folgt beantwortet werden. Eine von der Betriebsfrequenz, Vormagnetisierungs-Feldstärke und Streifenleiterbreite unabhängige Überprüfung des numerischen Ergebnisses ist möglich durch Anwendung der Gleichung (6.27). In Bild 8.2a ist nun

das asymptotische Verhalten der Entwicklungskoeffizienten a_{2n}/a_2 aus Gl. (7.1) über n für die Leitung 2 aufgetragen. Die Entwicklungs-Koeffizienten a_{2n+1} (aus Gl. (7.1)) ergeben einen ähnlichen Verlauf. Durch dieses Bild wird eine qualitative Beschreibung der Genauigkeit gegeben.

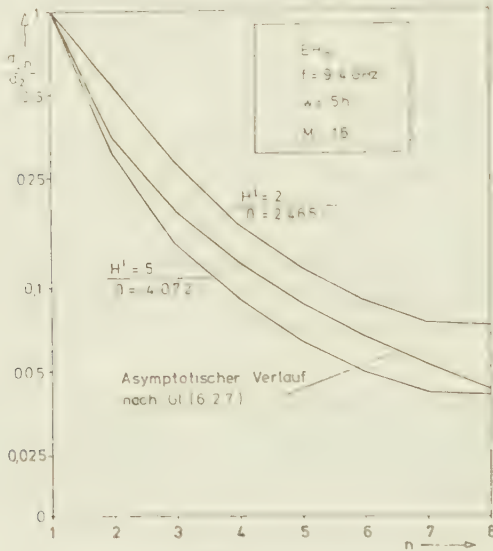


Bild 8.2a: Asymptotisches Verhalten der Entwicklungskoeffizienten $a_{n=ger.}$ der normierten Oberflächenstromdichte K_y .

Von besonderem Interesse ist eine Gegenüberstellung der Rechnerergebnisse $\beta(f)$ mit entsprechenden Meßergebnissen. Zu diesem Vergleich sind in Bild 8.2b der mit dem hier behandelten Verfahren ermittelte Dispersionsverlauf ($\beta = \beta(f)$) des Grundwellentyps EH_0 und die entsprechenden Meßergebnisse aus /55/ eingetragen. Die Kenngröße der hier untersuchten Mikrostreifenleitung sind in Bild 8.2b angegeben. Die Abweichungen der Meßwerte von den theoretischen Werten für β ergeben sich hauptsächlich in der Nähe der gyromagnetischen Resonanzfrequenz ($H^1 = W_s$), da dann die vorausgesetzte Verlustlosigkeit des Substratmaterials am wenigsten der Realität entspricht (Vergleich Bild 3.1 mit Bild 3.2). Die Meßwerte, welche in

Bild 8.2b eingetragen sind, wurden mit Hilfe des kurzgeschlossenen geraden Leitungsresonators ermittelt. Nun muß bei diesem Vergleich zur angewandten Meßmethode folgendes gesagt werden: Da in der Nähe der gyromagnetischen Resonanz die Anisotropie des Trägermaterials am stärksten ist und das Verhältnis der Tensorelemente μ_2/μ_1 sehr groß wird, ergibt sich eine nicht mehr zu vernachlässigende Asymmetrie der transversalen Feldstruktur aller Feldtypen. Insbesondere sind die Feldstrukturen der hinlaufenden und rücklaufenden EH_0 -Welle voneinander verschieden. Damit können auf einer Leitung stehende Wellen im eigentlichen Sinne nicht existieren. Außerdem werden an den kurzgeschlossenen Enden des Leitungsresonators höhere Wellentypen angeregt, die zur Erfüllung der Randbedingungen notwendig sind. Es ist zu erwarten, daß dieser Effekt, der qualitativ und quantitativ nach Wissen des Verfassers bisher nicht untersucht wurde, im Bereich der gyromagnetischen Resonanz zu fehlerbehafteten Meßergebnissen führt. Dieser Fehler ist abhängig von dem Verhältnis der Größen w/h der Mikrostreifenleitung und ist in diesem Falle (Bild 8.2b, $w/h \approx 1,2$) kleiner als 1 % /55/.

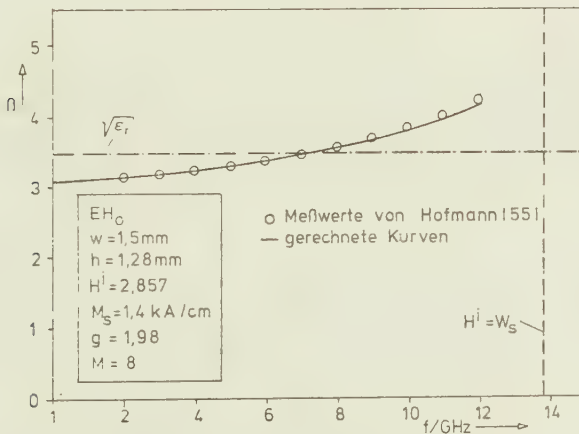


Bild 8.2b: Vergleich der Dispersionskurve aus dem hier behandelten Verfahren mit den Meßergebnissen, die durch HOFMANN in /55/ ermittelt worden sind.

Mit der isotropen Annäherung ($H^i \rightarrow \infty$) ist eine weitere Möglichkeit zur Überprüfung unserer numerischen Ergebnisse gegeben. Allerdings muß dabei berücksichtigt werden, daß das hier angewandte Verfahren nicht ohne weiteres bis an den isotropen Grenzfall anwendbar ist (siehe die Bemerkung unter Gl. (4.42)). Wird für $H^i \rightarrow \infty$ z.B. $H^i = 100$ bei $W_S = 2.8$ gewählt, so ist ein Vergleich mit den für die Mikrostreifenleitung auf isotropem Substrat ermittelten Ergebnissen aus /20/ möglich. Durch Messungen $\beta(f)$ wurde festgestellt /59/, daß die theoretisch ermittelten Ergebnisse aus /20/ innerhalb einer Genauigkeitsgrenze von 1 % liegen. Durch nachstehende Tabelle ist nun für die EH_0 -Welle dieser Vergleich möglich.

Betriebsfrequenz $f = 9.4 \text{ GHz}$ ($W_S = 2.8$) $\epsilon_r = 15.2$			
Leitung 2	(nach /20/) $H^i \rightarrow \infty$	$H^i = 100$	$H^i = 5$
μ_{eff}	1.000	1.010	1.272
β	3.632	3.642	4.072

Dieser Tabelle ist zu entnehmen, daß die Abweichung von $\beta(H^i = 100)$ zu $\beta(H^i \rightarrow \infty)$ etwa 3‰ beträgt. Selbst bei der kleinen Vormagnetisierungsfeldstärke $H^i = 5$ ist diese Abweichung nicht größer als 12 %. Daher kann der Bereich $H_b \text{ II}$ eingeschränkt werden auf $W_S < H^i < \tau W_S$ mit $\tau \approx 2$.

In Bild 8.3 ist die Abhängigkeit $\beta = \beta(H^i)$ für die EH_0 -Welle auf Leitung 1 und 2 bei einer Betriebsfrequenz $f = 9.4 \text{ GHz}$ aufgetragen worden. Darin ist der Bereich $H^i \notin H_b \text{ I}$ und $H^i \notin H_b \text{ II}$ ausgeschlossen worden. Weiter ist in diesem Bild angegeben:

- der Abstrahlungsbereich $\beta < \beta_{ab}$ (siehe Anhang E)
- die obere Grenze aus dem Definitionsintervall des Phasenmaßes β , $\beta = \sqrt{\epsilon_r}$ in $H_b \text{ I}$ (Gl. (5.14)),
 $\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_{\text{eff}}}$ in $H_b \text{ II}$ (Gl. (5.12)).
- das Phasenmaß β_{is} für den isotropen Fall mit $\epsilon_r = 15.2$
- der Verlauf $\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_1}$.

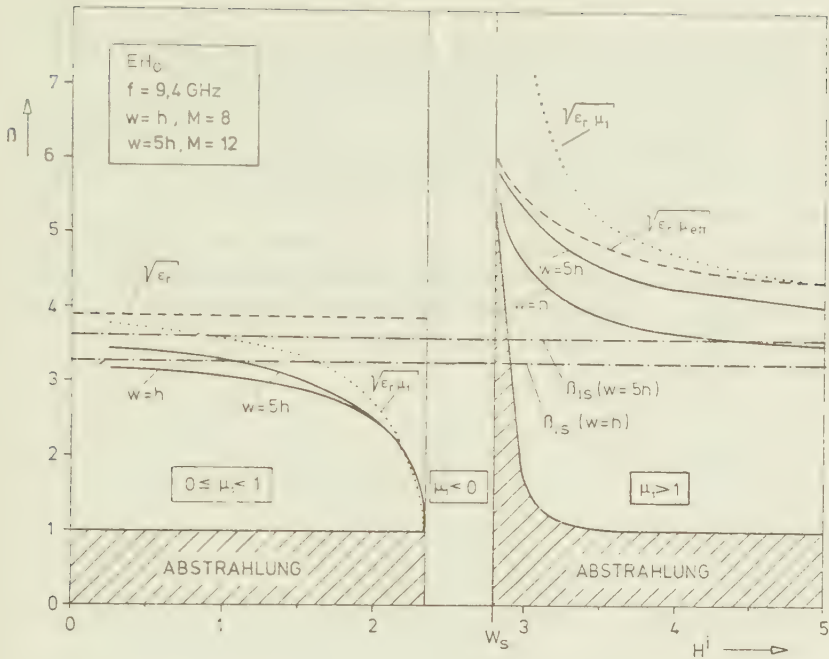


Bild 8.3: Verlauf des normierten Phasenmaßes β als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke H^i

zu (d): HINES zeigte in /33/ für die Leitung aus Bild 8.4, daß das Phasenmaß β durch $\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_1}$ gegeben ist

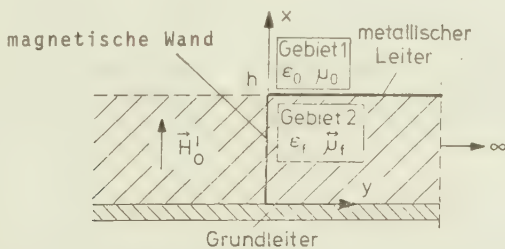


Bild 8.4: Das Berechnungsmodell von HINES /33/ (Querschnitt)

Er nahm dabei an, daß in der TE-Approximation nur die Feldkomponenten E_x , H_y , H_z mit der y -Abhängigkeit $\exp(-\alpha_y y)$ ($\alpha_y > 0$, $y \geq 0$) existieren. Aus Bild 8.3 ist zu entnehmen, daß dieses Ergebnis im Bereich Hb I ($0 \leq \mu_1 < 1$) besser als in Hb II ($\mu_1 > 1$) mit dem in der vorliegenden Arbeit berechneten Ergebnis übereinstimmt.

Es läßt sich zeigen, daß in Hb I das Ergebnis von HINES mit zunehmender Streifenbreite w immer besser angenähert wird. Im Hb II wird die obere Grenze des Definitionsintervalls von $\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_{\text{eff}}}$ immer besser angenähert.

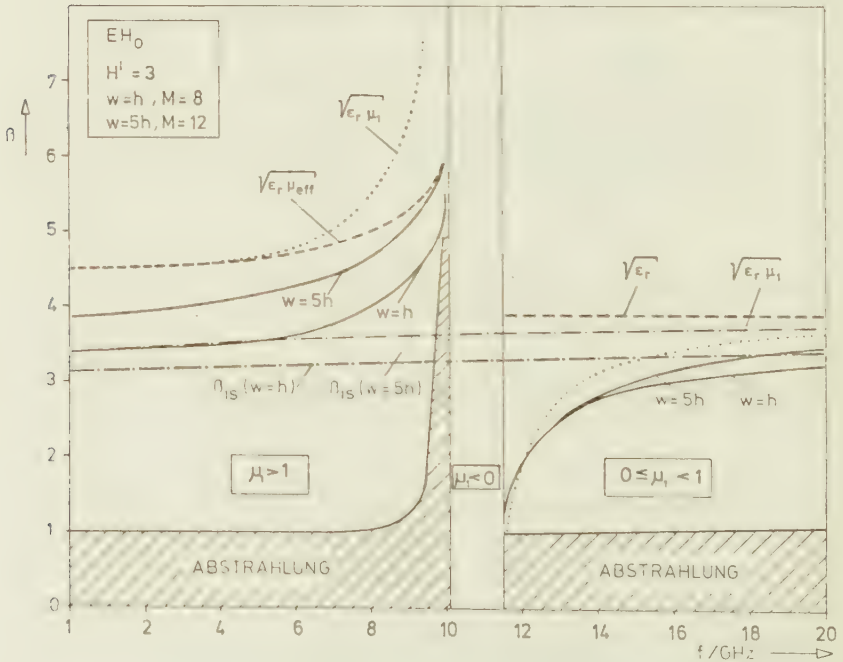


Bild 8.5: Dispersionsverlauf des Grundwellentyps EH_0

In Bild 8.5 ist für die EH_0 -Welle auf der Leitung 1 und 2 für $H' = 3$ das dispersive Verhalten $\beta = \beta(f)$ dieser Leitung dargestellt. Aus dem angegebenen Frequenzbereich ($f = 1 \dots 20$ GHz) ist der Bereich, für den $\mu_1 < 0$ ist, ausgeschlossen worden. Weiter sind in diesem Bild die unter a) bis d) genannten Größen als Funktionen der Frequenz angegeben worden.

Das dispersive Verhalten der EH_1 -Welle auf der Leitung 2 ist in Bild 8.6 angegeben. Bei der angegebenen Vormagnetisierungs-Feldstärke $H' = 3$, tritt für den Frequenzbereich, bei dem $\mu_1 > 1$ ist, dieser Wellentyp nicht auf.

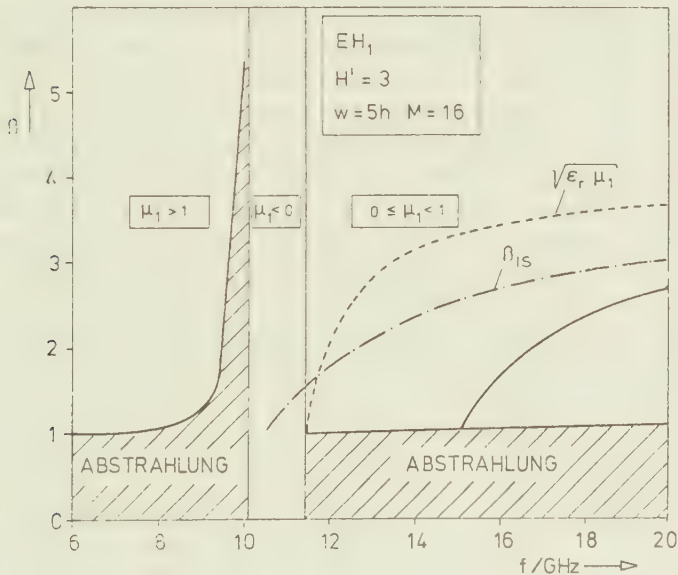


Bild 8.6: Verlauf des normierten Phasenmaßes β des EH_1 -Wellentyps auf der Leitung 2 im Frequenzbereich 6 bis 20 GHz.

Hinsichtlich des Energietransportes wird lediglich die z-Komponente K_z des Oberflächenstromdichte-Vektors $\vec{K}(y)$ näher untersucht.

Für K_z des EH_n -Wellentyps ($n = 0, 1, \dots$) wird die aus dem Reihenansatz Gl. (7.1) folgende Normierung verwendet:

$$\underline{n \text{ gerade}} \quad b_0 = \pi/2 \quad , \quad \underline{n \text{ ungerade}} \quad b_1 = -\pi/2$$

In Bild 8.7a,b ist der Verlauf der normierten Oberflächenstromdichte $K_z(y)$ mit $z = \text{const.}$ für den EH_0 -Wellentyp auf der Leitung 1 und 2 bei einer Betriebsfrequenz $f = 9.4 \text{ GHz}$ und mit H^i als Parameter dargestellt. Aus diesen Bildern ist zu entnehmen, daß eine asymmetrische Stromdichteverteilung auftritt, welche in hohem Maße von der Vormagnetisierungs-Feldstärke abhängt, so daß der asymmetrische Effekt in Bild 8.7a ($H^i < W_S$) von anderer Art ist als der in Bild 8.7b ($H^i > W_S$). Weiter zeigen diese Bilder, daß bei der Leitung 2 ($w = 5h$) die asymmetrische Stromdichteverteilung stärker ausgeprägt ist als bei der Leitung 1 ($w = h$). Auch bei dem technisch weniger wichtigen EH_1 -Wellentyp (auf der Leitung 2) tritt die asymmetrische Stromdichteverteilung auf (Bild 8.8).

Da für praktische Anwendung der EH_0 -Wellentyp (Grundwelle) interessant ist, wird nur er im weiteren Verlauf dieses Kapitels betrachtet.

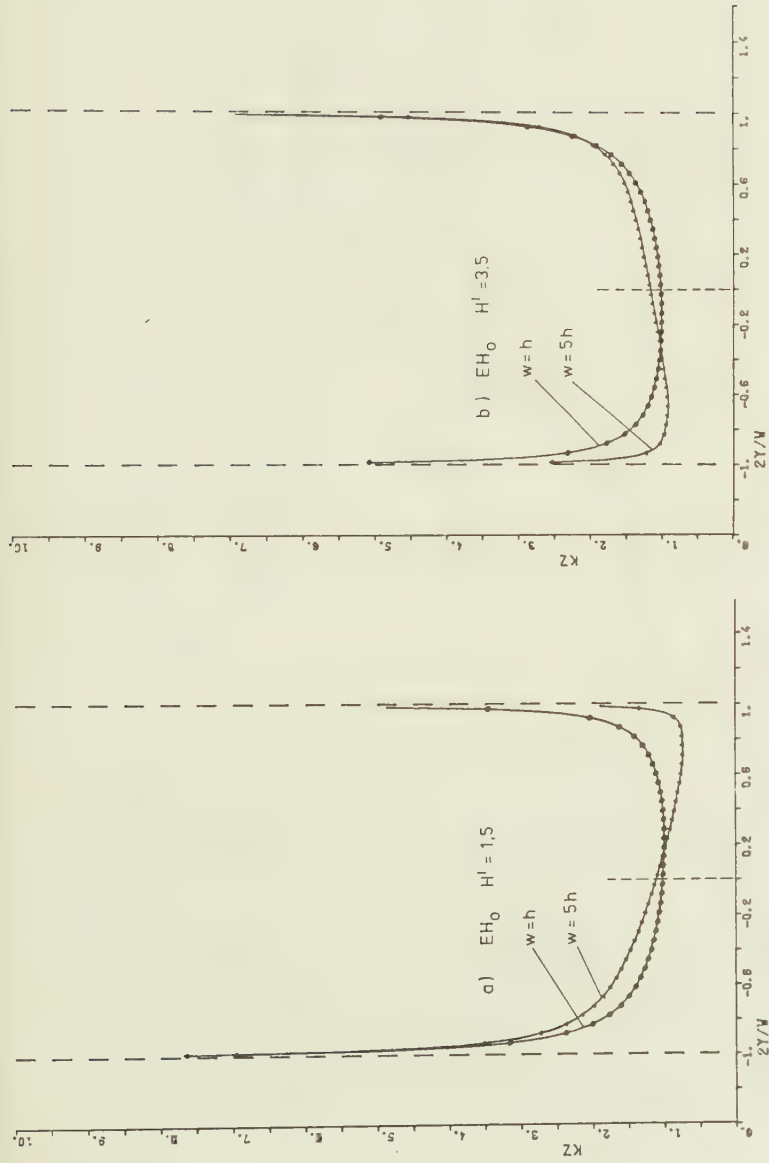


Bild 8.7a,b: Verlauf der normierten Oberflächenstromdichte $K_Z(y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 1 und 2 bei $f = 9.4 \text{ GHz}$ ($W_S = 2.813$) - a) $H^I < W_S$, b) $H^I > W_S$

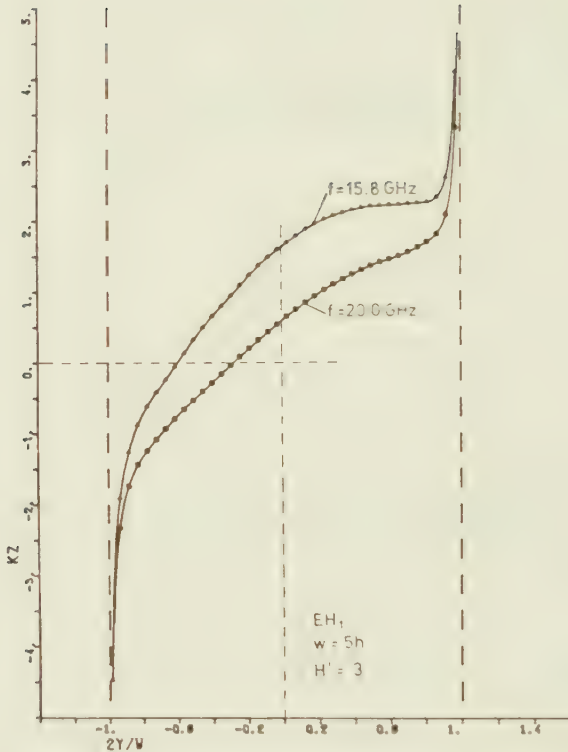


Bild 8.8: Verlauf der zum EH_1 -Wellentyp gehörenden normierten Oberflächenstromdichte $K_Z(y)$ mit $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 für $H^i = 3$ und f als Parameter

Das asymmetrische Verhalten der Oberflächenstromdichte K_Z wird durch die Betrachtung von $|b_1/b_0|$ (Entwicklungskoeffizienten von K_Z aus Gl. (7.1)) in Abhängigkeit von der Vormagnetisierungs-Feldstärke weiter untersucht. Aus dem Bild 8.9 ist zu ersehen, daß $|b_1/b_0|$ und damit das asymmetrische Verhalten von K_Z in der Nähe der gyromagnetischen Resonanz ($H^i = W_S$) am stärksten ist.

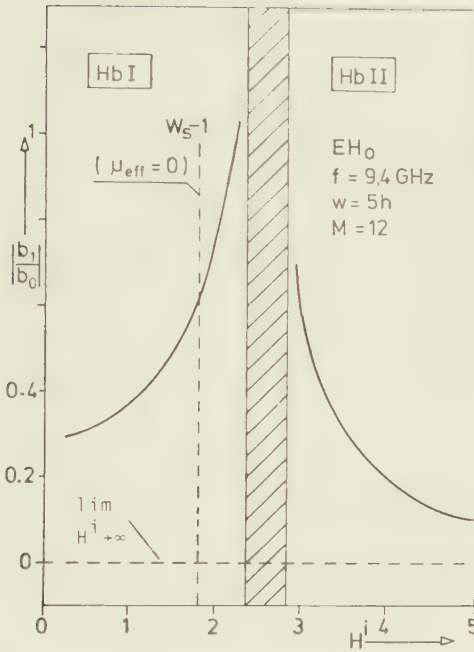


Bild 8.9: $|b_1/b_0|$ als Funktion der normierten Vormagnetisierungsfeldstärke H^i

In den Bildern 8.10a,b ist für $H^i = W_S - 1$ bzw. $H^i = 2.9$ der Verlauf von $K_y(y)$ und $K_z(y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei einer Frequenz $f = 9.4 \text{ GHz}$ dargestellt. Die Werte der Parameter H^i sind hierbei so gewählt worden, daß gilt:
 $K_z(y, H^i = 1.813) \approx K_z(-y, H^i = 2.9)$

Dieser Fall ist bei der Entwicklung des Mikrostreifenleitungsschalters (siehe Kap. 10) von Bedeutung.

Zum Vergleich des asymmetrischen Verhaltens der Ströme sind in den Bildern 8.11a,b $K_y(y)$ und $K_z(y)$ für die Leitung 2 bei $f = 9.4 \text{ GHz}$ und $H^i = 5$ dargestellt.

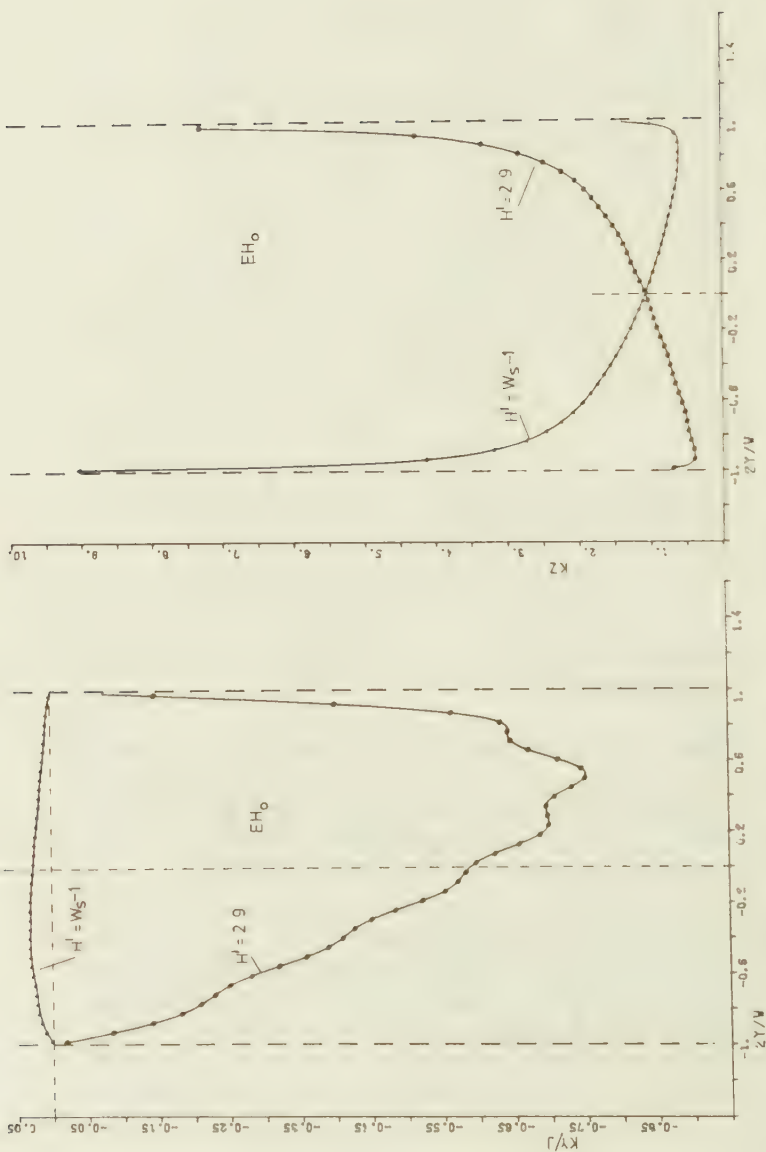


Bild 8.10a,b: Verlauf der normierten Oberflächenstromdichten $K_y(y)$ und $K_z(y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f = 9.4 \text{ GHz}$ ($W_S = 2.813$) mit H^i als Parameter

a) $K_y(y)$, b) $K_z(y)$

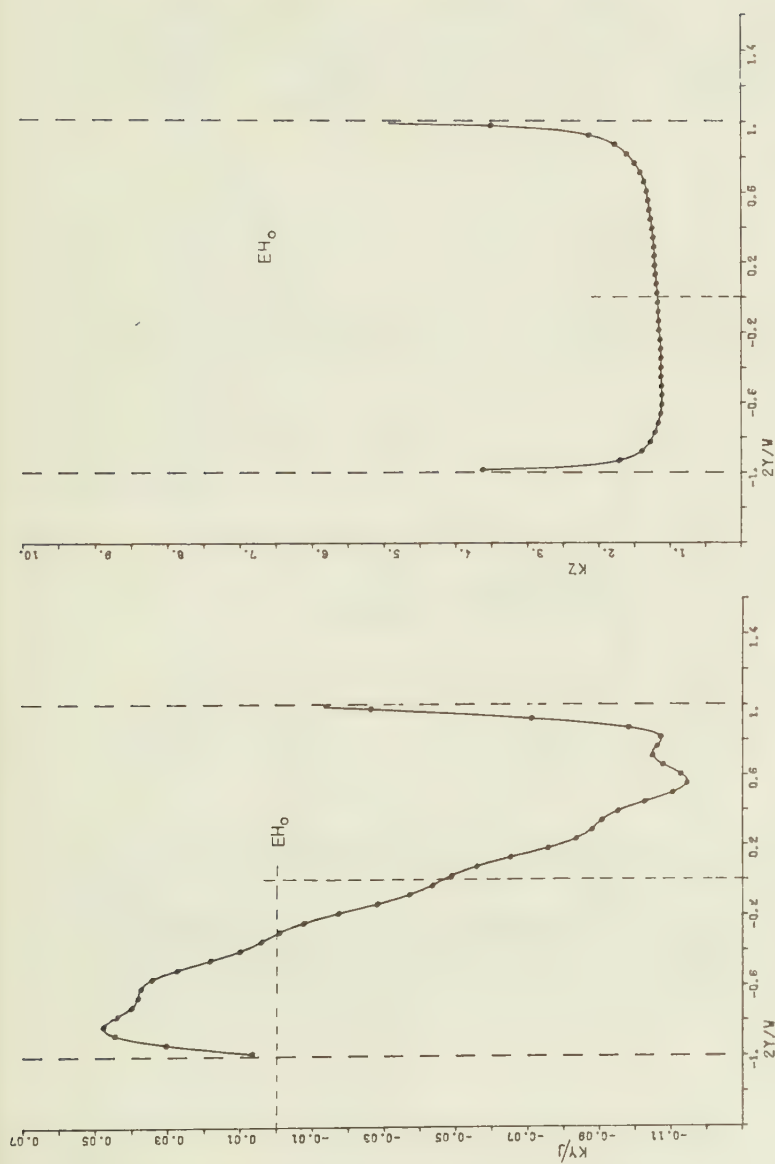


Bild 8.11a,b: Verlauf der normierten Oberflächenstromdichten $K_y(y)$ und $K_z(y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f = 9.4 \text{ GHz}$ und $H^i = 5$

a) $K_y(y)$, b) $K_z(y)$

Aus Bild 8.9 ist weiter zu entnehmen, daß im Bereich Hb I das Verhalten $|b_1/b_0| > 1$ werden kann. Deshalb werden im Bild 8.12 die Verläufe $K_Z(y)$ für $H^i = 0.25$ ($|b_1/b_0| = 0.29$) und $H^i = 2.25$ ($|b_1/b_0| = 1.23$) miteinander verglichen.

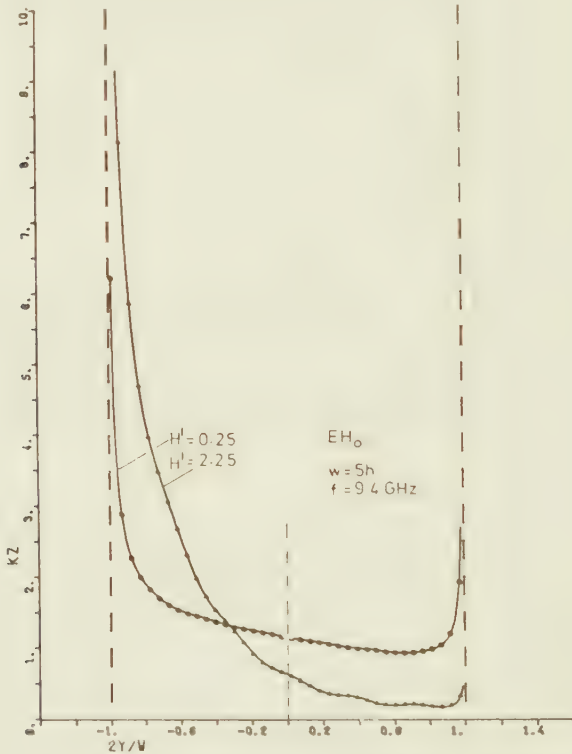


Bild 8.12: Verlauf der normierten Oberflächenstromdichte $K_Z(y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f = 9.4 \text{ GHz}$ und mit H^i als Parameter

Wir untersuchen jetzt die in positiver z-Richtung transportierte Feldenergie. Dazu wird die z-Komponente des komplexen Poynting-Vektors (Leistungsdichtevektor) $\vec{S}(x,y)$ näher betrachtet. Aus der Gleichung

$$S_z = \vec{e}_z \cdot (\vec{E} \times \vec{H}^*) = E_x H_y^* - E_y H_x^* \quad (8.4)$$

ist zu entnehmen, daß nur die Feldkomponenten E_x , E_y , H_x und H_y von Interesse sind.

In den folgenden Bildern werden die Verläufe dieser Feldstärkekomponenten über die Querschnittskordinaten x und y aufgetragen. Zur Darstellung der Feldverteilung der EH_0 -Welle auf der Leitung 2 ($w = 5h$) ist von Bedeutung:

E_x , E_y , H_x , H_y über der Koordinate y für $z = \text{const.}$ an den Stellen:

- $x = 0$ (auf dem Grundleiter)
- $x = h-0$ (auf der Unterseite des Streifenleiters bzw. der Grenzschrift)
- $x = h+0$ (auf der Oberseite des Streifenleiters bzw. der Grenzschrift)
- $x = h$ (wenn $F(x=h-0) = F(x=h+0)$)

Da die Feldstärkekomponenten sowie die Oberflächenstromdichten K_y und K_z (siehe S. 76-82) stark von der Vormagnetisierungs-Feldstärke abhängig sind, werden diese bei einer Betriebsfrequenz $f = 9.4$ GHz für $H^i = W_s - 1$ und $H^i = 2.9$ dargestellt. Zum Vergleich ist in diesen Bildern die Feldverteilung für $H^i = 5.0$ punktiert eingetragen worden.

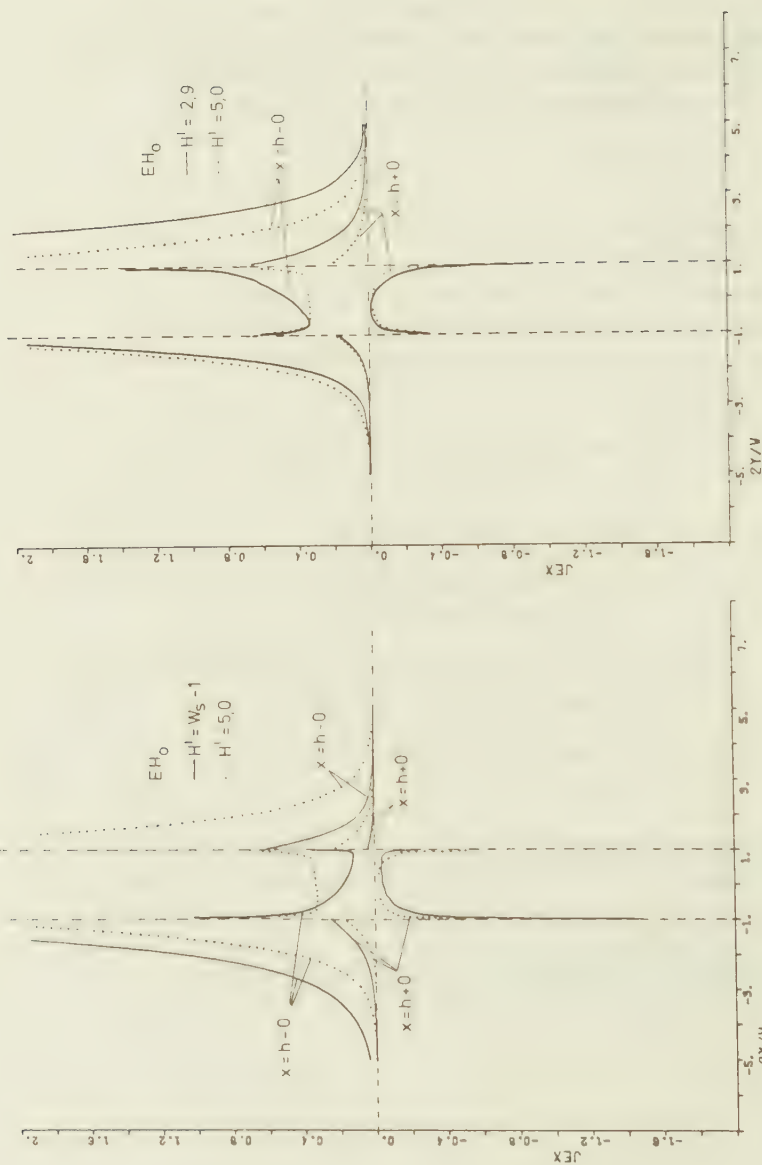


Bild 8.13a: JE_x für $x=h+0$ und $x=h-0$, $z=\text{const.}$, auf Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und mit H' als Parameter

Bild 8.13b: JE_x für $x=h+0$ und $x=h-0$, $z=\text{const.}$, auf Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und mit H' als Parameter

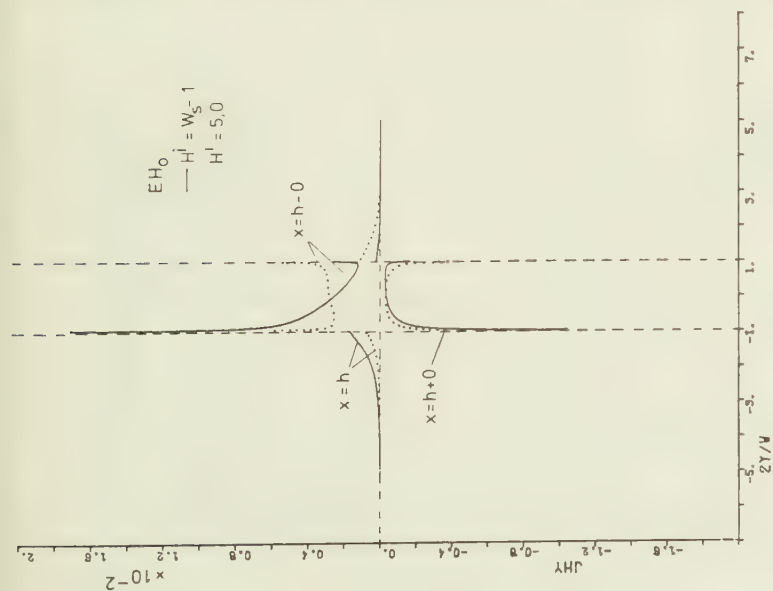


Bild 8.14a: jH_y für $x=h+0$ und $x=h-0$, $z=\text{const.}$, auf Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und mit H^i als Parameter

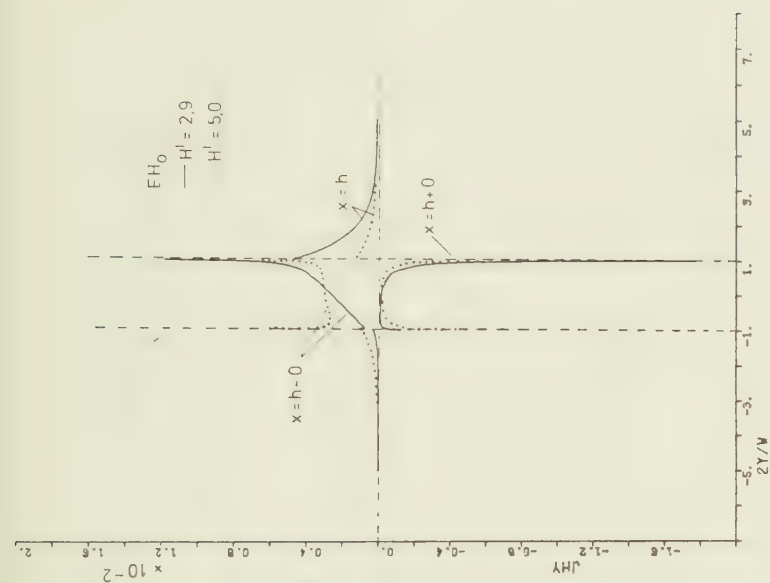


Bild 8.14b: jH_y für $x=h+0$ und $x=h-0$, $z=\text{const.}$, auf Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und mit H^i als Parameter



Bild 8.15b: jE_y für $x=h$, $z=const.$ auf Leitung 2
 bei $f=9.4$ GHz und mit H^1 als Parameter

Bild 8.15a: jE_y für $x=h$, $z=const.$ auf Leitung 2
 bei $f=9.4$ GHz und mit H^1 als Parameter

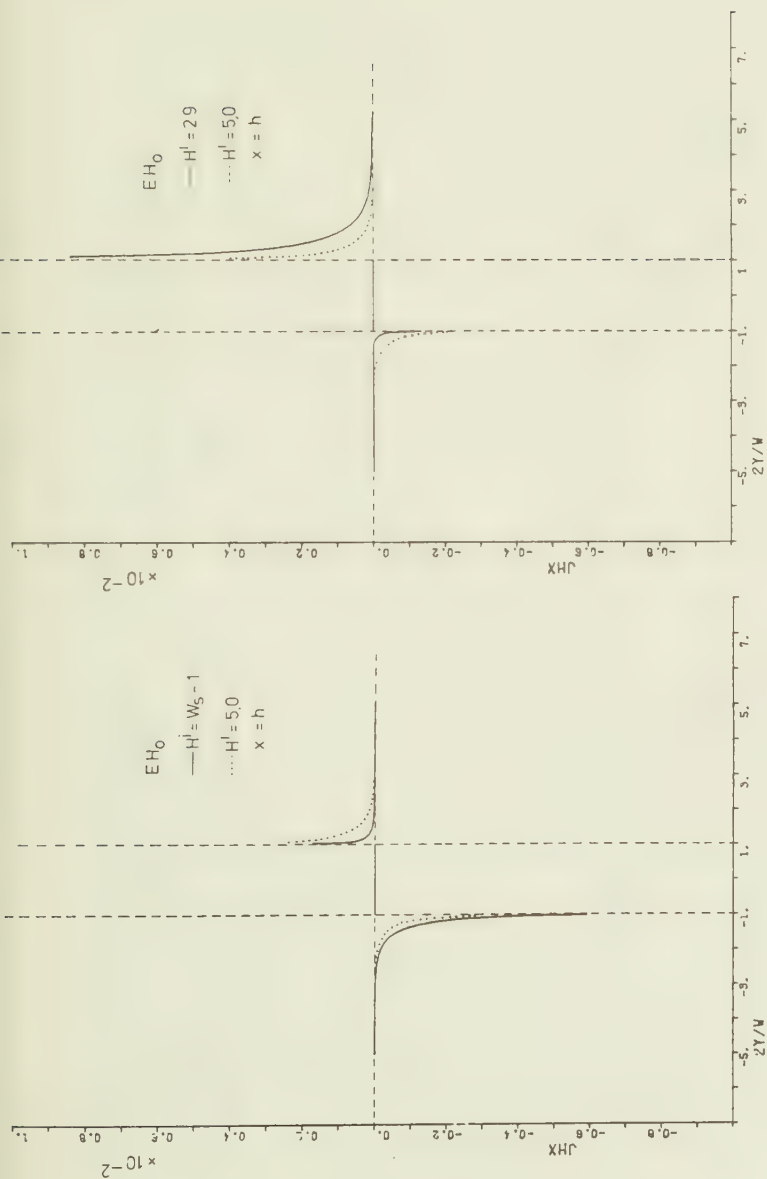


Bild 8.16a: JH_X für $x=h$, $z=const.$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

Bild 8.16b: JH_X für $x=h$, $z=const.$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

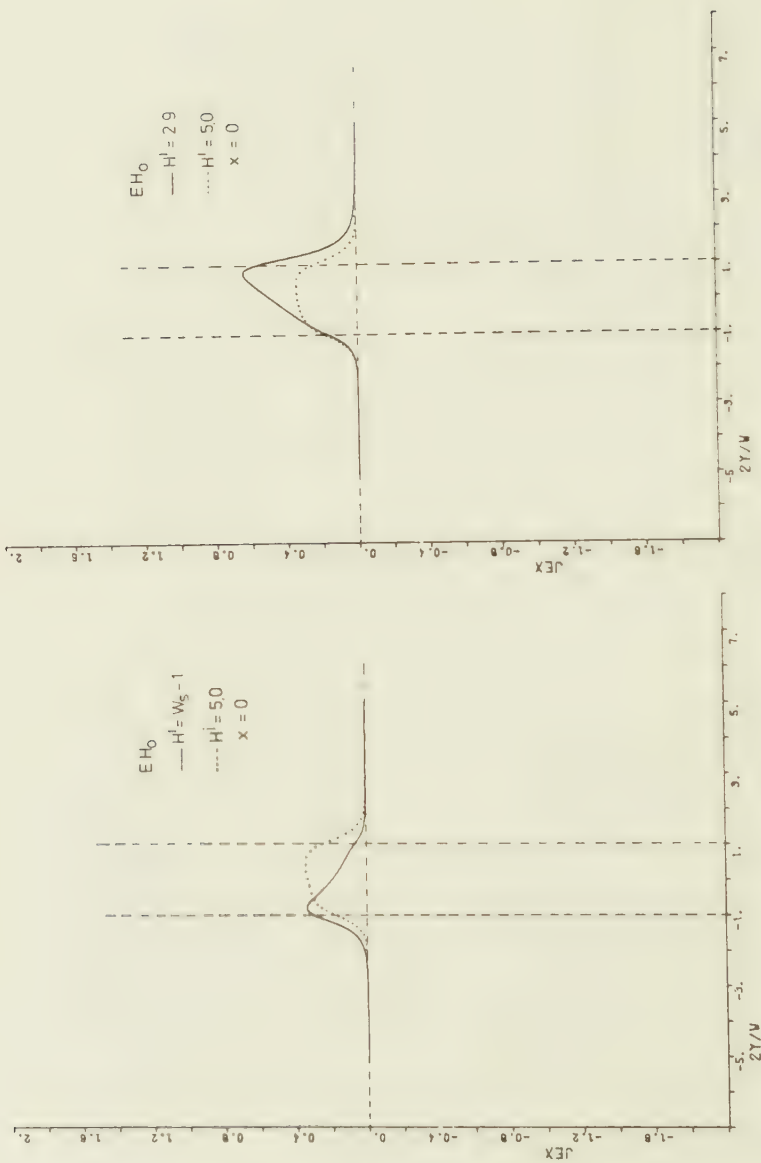


Bild 8.17b: jE_X für $x=0$, $z=\text{const.}$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

Bild 8.17a: jE_X für $x=0$, $z=\text{const.}$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

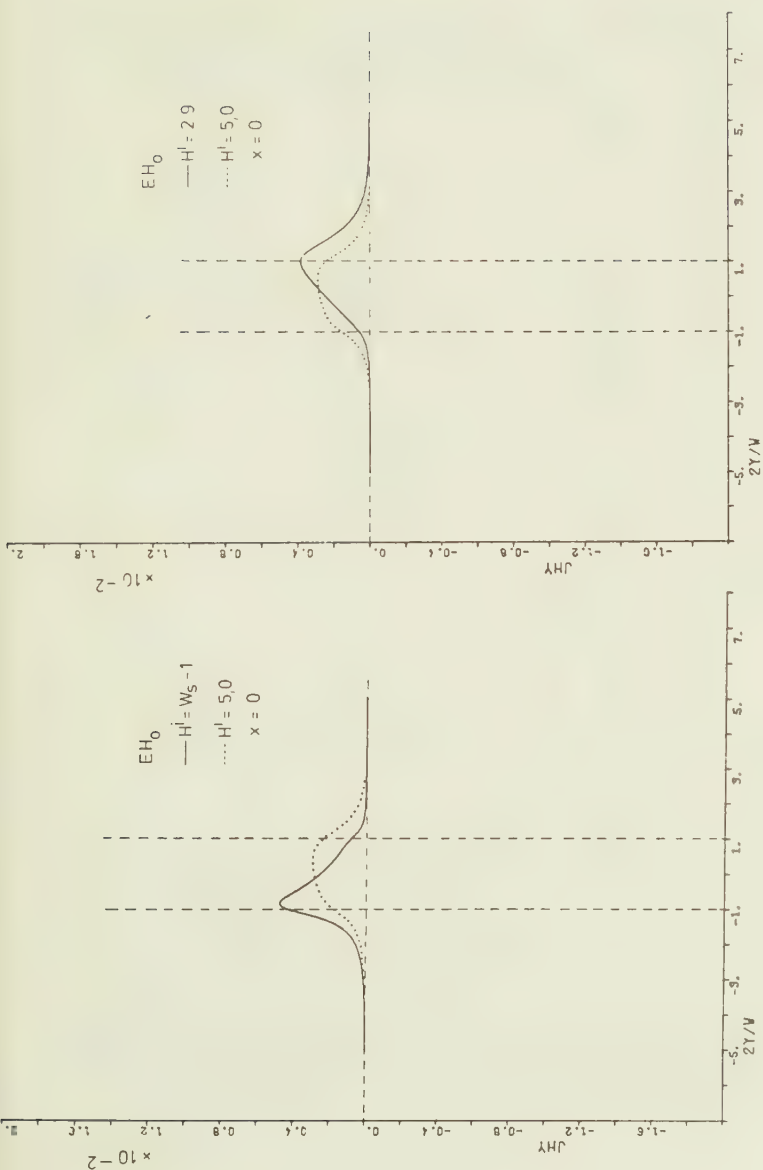


Bild 8.18a: JH_0 für $x=0$, $z=const.$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

Bild 8.18b: JH_0 für $x=0$, $z=const.$ auf Leitung 2
bei $f=9.4$ GHz und mit H^I als Parameter

Aus den Feldverläufen wie sie in den Bildern 8.13 - 8.18 aufgetragen worden sind und der Gleichung (8.4) wurde der Verlauf von $S_z(x,y)$ für $z=\text{const.}$ bei $f=9.4$ GHz und $H^i=W_S-1$ ermittelt und in Bild 8.19 angegeben. Zum Vergleich ist in Bild 8.20 $S_z(x,y)$ bei $H^i=5.0$ dargestellt.

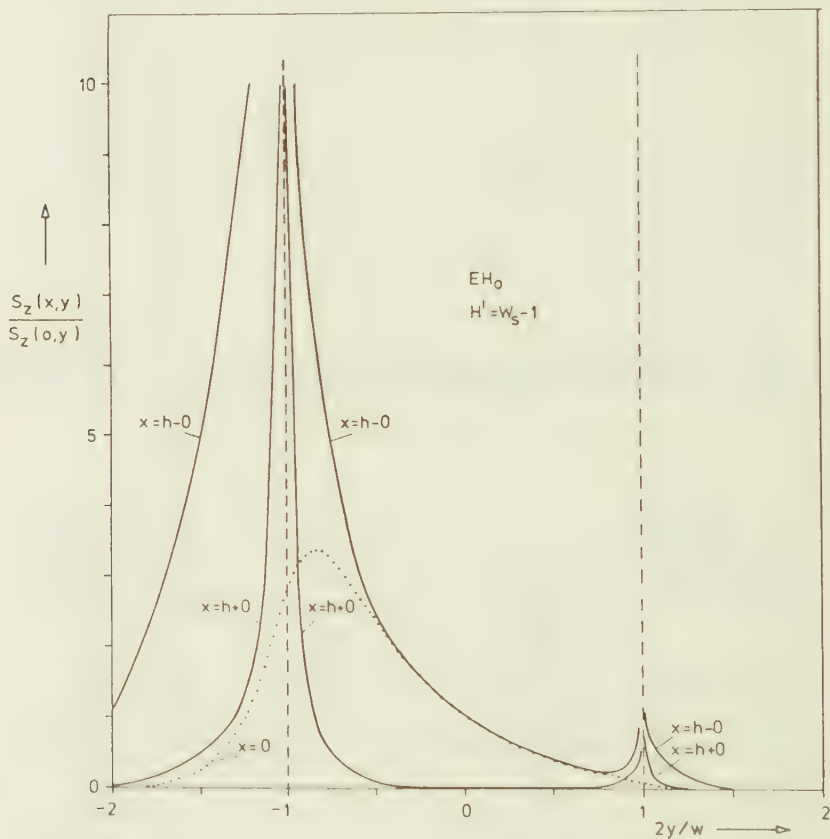


Bild 8.19: Verlauf der z-Komponenten des Poynting-Vektors $S_z(x,y)$ für $z=\text{const.}$ $x=h+0$, $x=h-0$ und $x=0$ auf der Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und $H^i=W_S-1$

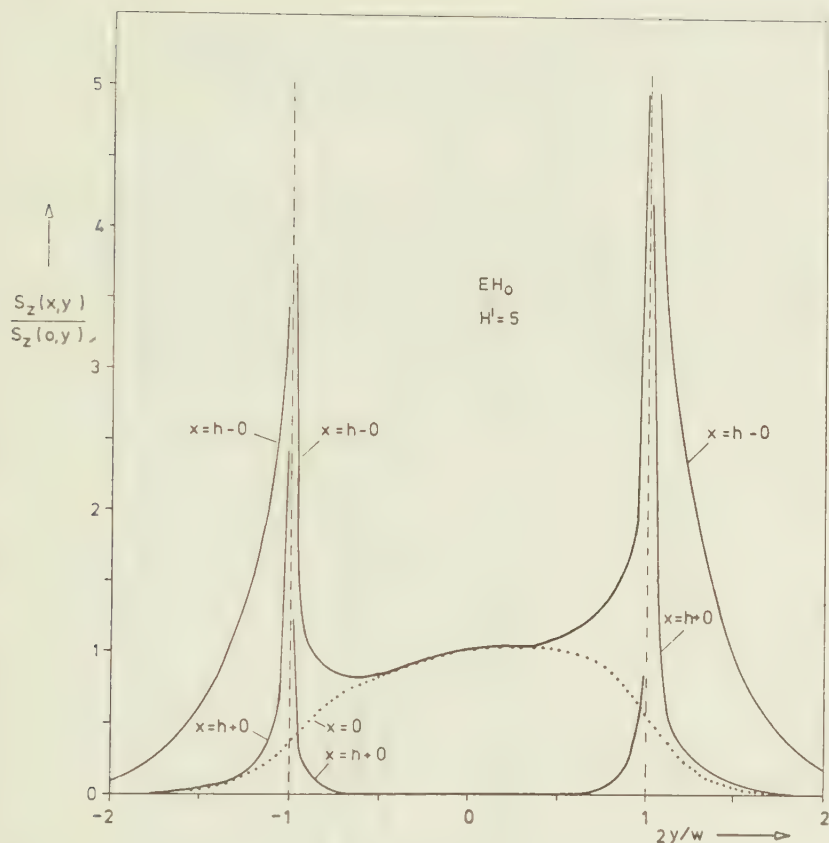


Bild 8.20: Verlauf der z-Komponente des Poynting-Vektors $S_z(x,y)$ für $z=\text{const.}$ $x=h+0$, $x=h-0$ und $x=0$ auf der Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz und $H^i=5.0$

Es läßt sich zeigen, daß $S_z(x,y,H^i=W_s-1) \approx S_z(x,-y,H^i=2.9)$ zutrifft (siehe Bild 8.13-8.18). Aus den Bildern 8.19 und 8.20 ist zu erkennen, daß in der Nähe der gyromagnetischen Resonanzfrequenz ($H^i=W_s$) der Hauptteil der in positiver z-Richtung transportierten Feldenergie sich auf eine Streifenleiterkante konzentriert.

Für $H^i < W_s$ wird die Energie an der Kante $y = -w/2$ und $H^i > W_s$ an der Kante $y = w/2$ transportiert. Dieser Effekt wird im angelsächsischen Schrifttum mit "edge guided wave" (abgekürzt: e.g.w.) bezeichnet /33/.

In Bild 8.21 bzw. Bild 8.22 ist der Verlauf der Feldkomponenten $E_z(x=h+0, y)$ bzw. $H_z(x=h+0, y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f = 9.4$ GHz mit H^i als Parameter aufgetragen. Diese Feldkomponenten auf der Oberseite des Substrates sind technisch von Interesse, wenn die Mikrostreifenleitungsfeldtypen aus dem luftgefüllten Bereich über dem Substrat angeregt werden.

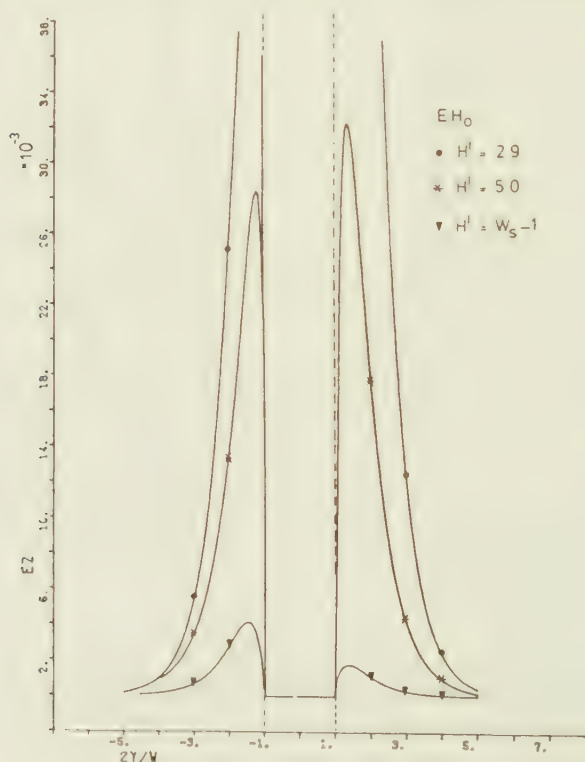


Bild 8.21: $E_z(x=h+0, y)$ für $z = \text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f = 9.4$ GHz mit H^i als Parameter

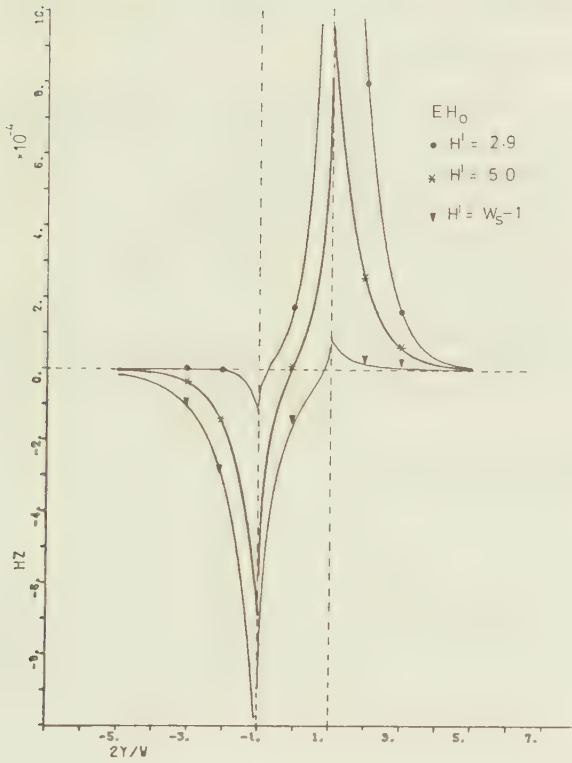


Bild 8.22: $H_z(x=h+0,y)$ für $z=\text{const.}$ auf der Leitung 2 bei $f=9.4$ GHz mit H^I als Parameter

9. Weitere Möglichkeiten zur Anwendung des Verfahrens

9.1 Andere Leitungsstrukturen

Neben der Mikrostreifenleitung auf einem gyotropen Medium, wie sie in Bild 4.1 dargestellt ist und in den vorausgegangenen Kapiteln theoretisch behandelt wurde, gibt es noch andere Leitungsstrukturen /7/, die in integrierten Mikrowellenschaltungen verwendet werden und die sich mit dem hier benutzten Verfahren hinsichtlich ihrer Dispersionseigenschaften und ihrer Feldverteilung untersuchen lassen. Zum Beispiel können Strukturen wie die gekoppelte Mikrostreifenleitung und die Schlitzleitung untersucht werden. In den folgenden Abschnitten wird eine kurze Beschreibung der Schwerpunkte bei der Anwendung des Verfahrens auf die beiden genannten Leitungstypen mit gyotropem Substrat gegeben.

9.1.1 Die gekoppelte Mikrostreifenleitung (/44,45/)

Im Fall der gekoppelten Mikrostreifenleitung auf einem gyotropen Substrat mit einer Vormagnetisierung in Richtung der x-Achse (Bild 9.1) ist es bei der Anwendung des Verfahrens notwendig, für die in Gl. (5.7) definierte Oberflächenstromdichte

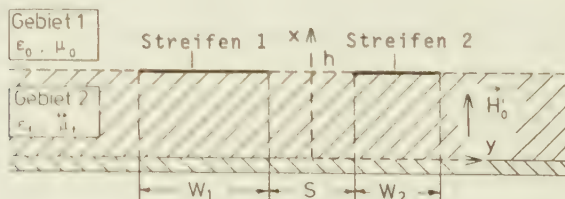


Bild 9.1: Gekoppelte Mikrostreifenleitung auf einem gyotropen Medium (Querschnitt)

gemäß der hier vorliegenden Geometrie einen geeigneten Ansatz zu machen, und zwar

$$\begin{aligned}
 K_y(y) &= K_y^{(1)} + K_y^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(1)} K_{yn}^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n^{(2)} K_{yn}^{(2)} \\
 K_z(y) &= K_z^{(1)} + K_z^{(2)} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(1)} K_{zn}^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n^{(2)} K_{zn}^{(2)} .
 \end{aligned}
 \tag{9.1}$$

Dabei sind $K_{yn}^{(1)}$, $K_{zn}^{(1)}$ nur auf Streifen 1 und $K_{yn}^{(2)}$, $K_{zn}^{(2)}$ nur auf Streifen 2 von Null verschieden.

Es stellt sich die Frage, wie die einzelnen Terme in Gl. (9.1) mit Rücksicht auf die in Abschnitt (6.1) beschriebene Kantenbedingung entwickelt werden müssen.

Eine detaillierte Untersuchung führt zu dem Ergebnis, daß anders als im Fall der einfachen Mikrostreifenleitung, statt Gl. (6.22c) eine modifizierte Form der Maxwellfunktionen für die Reihenentwicklung verwendet werden müssen, die durch

$$\begin{aligned}
 s^{(1)} &= 1/\sqrt{1-\{(2y+w_1+s)/w_1\}^2} && \text{für Streifen 1} \\
 s^{(2)} &= 1/\sqrt{1-\{(2y-w_2-s)/w_2\}^2} && \text{für Streifen 2}
 \end{aligned}
 \tag{9.2}$$

gegeben sind.

Der numerische Aufwand ist bei der Berechnung der gekoppelten Mikrostreifenleitung so groß wie bei der einfachen Leitung.

9.1.2 Schlitzleitung (/56-58/)

Die Schlitzleitung ist die zur Mikrostreifenleitung komplementäre Leitung. Sie wird u.a. auch in integrierten Mikrowellenschaltungen verwendet, in denen Streifenleitungsstrukturen und Schlitzleitungsstrukturen miteinander verkoppelt sind. Eine praktisch wertvolle Beschreibung dieser Schlitzleitung auf einem isotropen Substrat wurde 1969 durch COHN /46/ gegeben.

Im folgenden soll die Schlitzleitung auf einem gyotropen Substrat mit der x-Achse als Vormagnetisierungsrichtung (Bild 9.2) von Interesse sein.

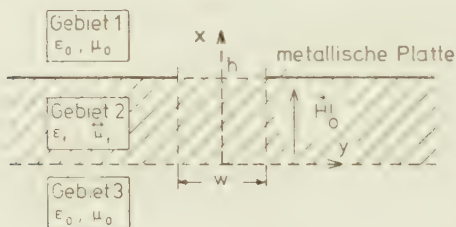


Bild 9.2: Schlitzleitung auf einem gyotropen Medium (Querschnitt)

Die Feldkomponenten in Gebiet 1 seien durch Gl. (4.4, 4.9) in Gebiet 2 durch Gl. (4.18, 4.20, 4.23) und die in Gebiet 3 durch

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{z3} &= A_{33} \exp(\alpha_x x), \\ n\dot{H}_{z3} &= B_{33} \exp(\alpha_x x), \\ \alpha_x &= \{p^2 + k_0^2(\beta^2 - 1)\}^{1/2} > 0\end{aligned}\quad x < 0 \quad (9.3)$$

gegeben.

Für die Grenzschicht $x=h$ lauten die Grenzbedingungen

$$E_{z1} = E_{z2} = U, \quad E_{y1} = E_{y2} = V \quad (9.4a)$$

$$n(H_{z2} - H_{z1}) = K_y, \quad n(H_{y1} - H_{y2}) = K_z$$

mit

$$\begin{aligned}U(y), V(y) \neq 0; \quad K_y(y), K_z(y) = 0 \quad \text{für } |y| \leq w/2 \\ U(y), V(y) = 0; \quad K_y(y), K_z(y) \neq 0 \quad \text{für } |y| > w/2\end{aligned} \quad (9.4b)$$

Für die Grenzschicht $x=0$ lauten die Grenzbedingungen

$$E_{z2} = E_{z3}, \quad E_{y2} = E_{y3}, \quad H_{z2} = H_{z3}, \quad H_{y2} = H_{y3} \quad (9.4c)$$

Mit Hilfe dieser Bedingungen ist es nun möglich, analog zu Gl. (5.6) folgendes Gleichungssystem aufzustellen:

$$\Gamma \cdot \begin{bmatrix} A_{13} \\ B_{13} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_{33} \\ A_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{U} \\ \tilde{V} \\ \tilde{K}_y \\ \tilde{K}_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

Darin sind $\tilde{U}$, $\tilde{V}$, $\tilde{K}_y$ und $\tilde{K}_z$ die Fouriertransformierten der Größen U , V , K_y und K_z .

Werden nun statt der Oberflächenstromdichten K_y , K_z die Funktionen $U(y)$ und $V(y)$ in Reihen entwickelt, so müssen die Basisfunktionen U_n und V_n aus

$$\tilde{U} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \tilde{U}_n, \quad \tilde{V} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n \tilde{V}_n \quad (9.6)$$

so gewählt werden, daß sie nach einer Rücktransformation nur für $|y| \leq w/2$ von Null verschieden sind und die Kantenbedingungen bei $|y| = w/2$ erfüllen.

Im Vergleich zur einfachen Mikrostreifenleitung wird der numerische Aufwand zur Berechnung der Schlitzleitung ein- bis zweimal so groß sein.

Auch die gekoppelte Schlitzleitung /45/ läßt sich mit Hilfe des Verfahrens untersuchen; sie stellt lediglich eine Kombination der beiden oben behandelten Leitungen dar.

9.2 Andere Substratmaterialien

9.2.1 Substratmaterial mit dielektrischer Anisotropie

Wir untersuchen nun die Anwendbarkeit des Verfahrens auf die Mikrostreifenleitung mit dielektrisch anisotropem Substrat. Dabei ist die einachsige dielektrische Anisotropie, die bei den üblichen Substraten aus Al_2O_3 -Keramik auftritt und unerwünscht ist, von besonderem Interesse. Diese Anisotropie wurde bei der Messung der dielektrischen Eigenschaften von keramischen Substratmaterialien festgestellt /47/ und entsteht durch eine Orientierung der Kristallite beim Pressen der Substrate. Dabei verläuft die Anisotropieachse senkrecht zur Substratoberfläche. Der Einfluß dieser Art von Anisotropie auf die Kenngröße der Mikrostreifenleitung und anderer Bauelemente wurde bisher nicht untersucht. Das Substratmaterial (Gebiet 2) sei elektromagnetisch linear, homogen und verlustlos und besitze eine tensorielle Dielektrizität $\epsilon_0 \vec{\epsilon}_2$ sowie die Permeabilitätskonstante μ_0 .

Der Dielektrizitätstensor $\vec{\epsilon}_2$ ist dimensionslos und durch

$$\vec{\epsilon}_2 = \epsilon \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_p & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_p \end{vmatrix} \quad (9.7)$$

mit $\epsilon_p < 1$ gegeben.

Im Gebiet 2 existieren die Feldgrößen $\vec{E}_2, \vec{H}_2$.

Die Fouriertransformierten der z-Komponenten dieser Felder resultieren ähnlich wie im Fall gyrotroper Substrate (Gl. (4.16)) bei Verwendung von (9.7) aus den linearen homogenen Wellengleichungen vierter Ordnung.

$$\begin{aligned} d_x^4 E_{z2} - g_2 d_x^2 E_{z2} + g_0 E_{z2} &= 0, \\ d_x^4 H_{z2} - g_2 d_x^2 H_{z2} + g_0 H_{z2} &= 0. \end{aligned} \quad (9.8)$$

Darin ist

$$\begin{aligned} g_2 &= (1+\epsilon_p)(p^2+k_0^2\beta^2)-2k_0^2\epsilon\epsilon_p, \\ g_0 &= \epsilon_1[p^4-p^2k_0^2\{\epsilon(1+\epsilon_p)-2\beta^2\}+k_0^4(\epsilon-\beta^2)(\epsilon\epsilon_p-\beta^2)] \end{aligned} \quad (9.9)$$

Mit den Lösungsansätzen wie in Abschnitt 4.2.2 (Gl. (4.18, 4.20))

$$\tilde{E}_{z2} = \sum_{i=1}^L A_i \exp(s_i x), \quad (9.10)$$

$$\tilde{H}_{z2} = \sum_{i=1}^L A_i B_i \exp(s_i x)$$

ist es möglich, für die entsprechenden Größen C_i , D_i , L_i und M_i aus Gl. (4.24) ein lineares Gleichungssystem der Form der Gl. (4.33) herzuleiten. Das hier betrachtete Medium gehört zur Klasse der "Cross Tensor"-Medien (siehe Anhang B).

Deshalb können bei der Reihenentwicklung von $K_y(y)$ und $K_z(y)$ Symmetrieeigenschaften berücksichtigt werden. Dieses führt dazu, daß der numerische Aufwand zur Berechnung dieser Leitung wesentlich einfacher ist als bei den bisher besprochenen gyotropen Wellenleitungen.

Der Vollständigkeit wegen, sei noch darauf hingewiesen, daß die Mikrostreifenleitung auf isotropem Substrat eine Entartung dieses Falles ist.

10. Gesichtspunkte zur Entwicklung von Bauelementen

Der in Kap. 8 beschriebene Effekt der Stromverdrängung nach einer Streifenleiterkante hin (e.g.w.) hat dazu geführt, daß neuartige Konstruktionen bekannter nichtreziproker Bauelemente entstanden sind. In /33/ z.B. werden die Richtungsleitung und der Phasenschieber anhand von Meßergebnissen besprochen. Von Interesse ist, daß bei der untersuchten Richtungsleitung im X-Band die Einfügungsdämpfung in Vorwärtsrichtung kleiner als 2 dB und in Sperrichtung 20-30 dB ist. Ein weiteres wichtiges Bauelement, bei dem der Stromverdrängungseffekt ausgenützt wird, ist der Mikrostreifenleitungs-Zirkulator, welcher z.B. in /53/, /54/ beschrieben wurde. Nach den Meßergebnissen von /53/ kann eine Isolation von 20-30 dB und eine Einfügungsdämpfung von <1 dB erreicht werden. Aufgrund der Ergebnisse von Kap. 8, wird ein neuartiges Bauelement (Schalter), wie in Bild 10.1 dargestellt ist, vorgeschlagen.

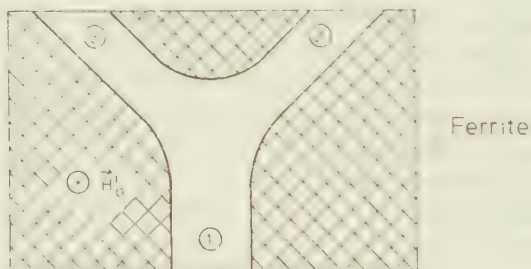


Bild 10.1: Schalter (von oben)

Die Funktion des Schalters ist kurz folgende:

Bei Einstellung der Vormagnetisierungs-Feldstärke $H_0^i \sim W_s - 1$ erfolgt die Wellenführung an der linken Leitungskante (Tor 1 mit Tor 3 "verbunden"). Wird die Vormagnetisierungs-Feldstärke geringfügig auf $H_0^i \geq W_s$ erhöht, so folgt die Wellenführung hauptsächlich an der rechten Leitungskante (Tor 1 mit Tor 2 "verbunden"). Die zur Umschaltung notwendige Feldstärkenänderung

ist $\Delta H^i \approx 1$ (Bild 8.10b). Die übliche Feldumpolung mit $\Delta H^i \approx 2$ wäre nicht erforderlich, so daß entsprechend geringere Schaltleistungen und kürzere Schaltzeiten zu erwarten sind.

11. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Berechnung des Phasenmaßes und der Feldverteilung von Wellentypen auf der offenen Mikrostreifenleitung mit einem Ferritsubstrat, das senkrecht zur Substratoberfläche vormagnetisiert ist. Leitungen dieser Art - auch "Microstrip-Leitungen" genannt - werden in integrierten Mikrowellenschaltungen verwendet.

Auf dem Streifenleiter dieser Mikrostreifenleitung wird eine Oberflächenstromdichte angenommen, deren mathematische Beschreibung durch eine Reihenentwicklung gegeben ist. Nach einer Fouriertransformation aller Feldgrößen, für die in den luft- und ferritgefüllten Bereichen getrennte Ansätze gemacht werden, führen die Stetigkeitsbedingungen an den Grenzschichten auf ein inhomogenes unendliches Gleichungssystem, das nach Anwendung des Parsevalschen Theorems in ein homogenes Gleichungssystem umgewandelt werden kann. Aus diesem Gleichungssystem läßt sich unter Anwendung des Galerkinschen Verfahrens das Phasenmaß in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmen. Wie es sich zeigt, kann anhand der Kantenbedingungen, die für die Kanten der Streifenleiter zu formulieren sind und zusätzlich zu den Rand- und Stetigkeitsbedingungen erfüllt werden müssen, die Wahl der Basisfunktionen aus der Reihenentwicklung erleichtert werden. Mit diesem Vorgehen wird erreicht, daß der numerische Aufwand zur Lösung des Problems beträchtlich eingeschränkt werden kann.

Durch die spezielle Anisotropie des Trägermaterials sind die Oberflächenstromdichten asymmetrisch verteilt. Dieses Verhalten, das durch die Bezeichnung "edge guided wave" charakterisiert wird, wird anhand der Entwicklungskoeffizienten der Reihenentwicklung untersucht. Es zeigt sich, daß dieser Stromverdrängungseffekt stark von der Vormagnetisierungsfeldstärke abhängig ist. Diese Tatsache kann dazu benutzt werden, neuartige nichtreziproke Bauelemente für integrierte Mikrowellenschaltungen zu entwickeln. Aus diesem Grunde wird anschließend eine detaillierte Untersuchung des elektromagne-

tischen Feldes in Abhängigkeit von der Vormagnetisierungsfeldstärke durchgeführt. Das Ergebnis ist für den Entwurf und die Dimensionierung nichtreziproker Bauelemente und Schaltungen in integrierter Technik von Bedeutung.

Anhang A

Berechnung der Beziehung zwischen den Feldkomponenten in einem magnetisch anisotropen Medium.

Die Untermatrizen $\underline{A}$ bzw. $\underline{B}$ sind gegeben durch (3.6a) bzw. (3.6b):

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -\gamma_z & k_0 \mu_{xx} & k_0 \mu_{xy} & 0 \\ k_0 \epsilon_r & \gamma_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma_z & k_0 \epsilon_r \\ 0 & k_0 \mu_{yx} & k_0 \mu_{yy} & \gamma_z \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -\partial_y & k_0 \mu_{xz} \\ 0 & \partial_x \\ 0 & -\partial_y \\ \partial_x & k_0 \mu_{yz} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} k_x^2 &= k_0^2 \epsilon_r \mu_{xx} + \gamma_z^2, \\ k_y^2 &= k_0^2 \epsilon_r \mu_{yy} + \gamma_z^2, \\ \text{Det}(\underline{A}) &= k_x^2 k_y^2 - k_0^4 \epsilon_r^2 \mu_{xy} \mu_{yx}, \\ a_{xx} &= k_0 (k_y^2 \mu_{xx} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yx}), \\ b_{yy} &= k_0 (k_x^2 \mu_{yy} - k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} \mu_{yx}), \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

und nach Inversion der Untermatrix $\hat{A}$ ergibt sich:

$$-\hat{A}^{-1} \hat{B} = \frac{1}{\text{Det}(\hat{A})} \begin{bmatrix} \gamma_Z^2 k_y^2 & -a_{xx} & \gamma_Z^2 k_0 \mu_{xy} & -\gamma_Z k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} & -\partial_y & k_0 \mu_{xz} \\ -\epsilon_r k_0 k_y^2 & -\gamma_Z k_y^2 & -\gamma_Z k_0^2 \epsilon_r \mu_{xy} & k_0^3 \epsilon_r \mu_{xy} & 0 & \partial_x \\ k_0^3 \epsilon_r \mu_{yx} & \gamma_Z k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} & \gamma_Z k_x^2 & -k_0 \epsilon_r k_x^2 & 0 & -\partial_y \\ \gamma_Z k_0^2 \epsilon_r \mu_{yx} & \gamma_Z k_0 \mu_{yx} & -b_{yy} & -\gamma_Z k_x^2 & \partial_x & k_0 \mu_{yz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Dieses Ergebnis wurde zur Herleitung von Gl. (3.9) verwendet.

Multipliziert man Gl. (3.8) mit $\text{Det}(\hat{A})$ so erhält man

$$\hat{M} = \text{Det}(\hat{A}) (\hat{D} - \hat{C} \hat{A}^{-1} \hat{B}) \quad (\text{A.5})$$

Anhang B

Notwendige Bedingung für eine elektromagnetische Symmetrieebene.

Ist der Wellenleiter symmetrisch zur Ebene $y=0$, und wird ein Punkt im Raum durch den Vektor

$$\vec{r} = r_x \vec{e}_x + r_y \vec{e}_y + r_z \vec{e}_z \quad (\text{B.1})$$

gegeben, dann ist diese Symmetrie definiert durch

$$r_x(x,y,z) = r_x(x,-y,z)$$

$$r_y(x,y,z) = r_y(x,-y,z) \quad (\text{B.2})$$

$$r_z(x,y,z) = r_z(x,y,z)$$

Nun können wir die notwendige Bedingung herleiten für die Tensorgröße des Materials, mit dem der Wellenleiter gefüllt ist, wenn die Feldverteilung der Eigenfeldtypen von gerader oder ungerader Symmetrie sind. *)

Die Maxwell'schen Gleichungen sind gegenüber Verschieben und Drehen des Koordinatensystems invariant und werden in Matrixform für ein magnetisch anisotropes Medium durch

$$\underline{P} \cdot \underline{Q} = 0 \quad (\text{B.3})$$

beschrieben.

Dabei sei $\underline{P}$ die 6x6 Matrix aus (3.4) und $\underline{Q}$ die Spalte

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ nH_x \\ nH_y \\ nH_z \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

*) $f(x)$ ist eine gerade Funktion, wenn gilt $f(-x)=f(x)$ (Symmetrie erster Art) und $f(x)$ ist eine ungerade Funktion, wenn gilt $f(-x)=-f(x)$ (Symmetrie zweiter Art) (/17/ S. 474).

mit $\eta = -j(\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$.

Werden nun die Maxwell'schen Gleichungen für den Bereich $y>0$ gegeben durch

$$\underline{P}(y) \underline{Q}(y) = 0 \quad (B.5)$$

so lauten die entsprechenden Gleichungen für $y<0$:

$$\underline{P}(-y) \underline{Q}(-y) = 0 \quad (B.6)$$

Bezüglich der Ebene $y=0$ wird nun die Spalte $\underline{Q}$ durch zwei neue Spalten, nämlich $\underline{Q}^e$ für die geraden Feldkomponenten und $\underline{Q}^o$ für die ungeraden Feldkomponenten, folgendermaßen definiert:

$$\underline{Q} = \underline{Q}^e + \underline{Q}^o \quad (B.7)$$

Nach Gl. (3.2) wird der Zusammenhang zwischen $\underline{Q}^e(y)$ und $\underline{Q}^e(-y)$ und zwischen $\underline{Q}^o(y)$ und $\underline{Q}^o(-y)$ durch

$$\underline{Q}^e(-y) = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & 0 \\ & & 1 & \\ & & & \alpha_1^e \\ 0 & & & & \alpha_2^e \\ & & & & & \alpha_3^e \end{bmatrix} \underline{Q}^e(y) = \underline{R}^e \underline{Q}^e(y) \quad , \quad (B.8)$$

$$\underline{Q}^o(-y) = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & 0 \\ & & -1 & \\ & & & \alpha_1^o \\ 0 & & & & \alpha_2^o \\ & & & & & \alpha_3^o \end{bmatrix} \underline{Q}^o(y) = \underline{R}^o \underline{Q}^o(y)$$

beschrieben.

Dabei sei

$$\begin{aligned} \alpha_1^e &= H_X^e(-y)/H_X^e(y) & \alpha_1^o &= H_X^o(-y)/H_X^o(y) \\ \alpha_2^e &= H_Y^e(-y)/H_Y^e(y) & \alpha_2^o &= H_Y^o(-y)/H_Y^o(y) \\ \alpha_3^e &= H_Z^e(-y)/H_Z^e(y) & \alpha_3^o &= H_Z^o(-y)/H_Z^o(y) \end{aligned} \quad (B.9)$$

Mit Hilfe von (B.8) und (B.7) folgt aus (B.6)

$$\dot{P}(-y) \dot{R}^e \dot{Q}^e(y) = \dot{S}^e \dot{Q}^e(y) = 0$$

und

(B.10)

$$\dot{P}(-y) \dot{R}^0 \dot{Q}^0(y) = \dot{S}^0 \dot{Q}^0(y) = 0$$

Aus Gl. (B.5) und Gl. (B.7) resultiert aber

$$\dot{P}(y) \dot{Q}^e(y) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{P}(y) \dot{Q}^0(y) = 0, \quad (B.11)$$

d.h., zwischen den Zeilen der Matrix $\dot{P}$ aus (B.11) und den Zeilen der Matrix $\dot{S}$ aus (B.10) besteht die Proportionalität

$$p_{\alpha,\beta} = c_{\alpha}^e s_{\alpha,\beta}^e \quad (B.12)$$

$$p_{\alpha,\beta} = c_{\alpha}^0 s_{\alpha,\beta}^0$$

mit $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$ gegeben.

Die Matrix $\dot{S}^e$ lautet

$$\dot{S}^e = \begin{bmatrix} 0 & -\partial_z & \partial_y & \alpha_1^e k_0 \mu_{xx} & \alpha_2^e k_0 \mu_{xy} & \alpha_3^e k_0 \mu_{xz} \\ -\partial_z & 0 & \partial_x & \alpha_1^e k_0 \mu_{yx} & \alpha_2^e k_0 \mu_{yy} & \alpha_3^e k_0 \mu_{yz} \\ -\partial_y & \partial_x & 0 & \alpha_1^e k_0 \mu_{zx} & \alpha_2^e k_0 \mu_{zy} & \alpha_3^e k_0 \mu_{zz} \\ k_0 \epsilon_r & 0 & 0 & 0 & \alpha_2^e \partial_z & \alpha_3^e \partial_y \\ 0 & -k_0 \epsilon_r & 0 & -\alpha_1^e \partial_y & 0 & \alpha_3^e \partial_x \\ 0 & 0 & k_0 \epsilon_r & -\alpha_1^e \partial_y & -\alpha_2^e \partial_x & 0 \end{bmatrix} \quad (B.13)$$

Aus (B.12) und (3.4) folgt nun mit Hilfe von (B.12)

$$c_{\alpha}^e = (-1)^{\alpha} \quad \text{und} \quad \mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0 \quad (B.14)$$

Die Matrix ξ^0 ergibt sich zu

$$\xi^0 = \begin{bmatrix} 0 & \partial_z & -\partial_y & \alpha_1^0 k_0 \mu_{xx} & \alpha_2^0 k_0 \mu_{xy} & \alpha_3^0 k_0 \mu_{xz} \\ \partial_z & 0 & -\partial_x & \alpha_1^0 k_0 \mu_{yx} & \alpha_2^0 k_0 \mu_{yy} & \alpha_3^0 k_0 \mu_{yz} \\ \partial_y & -\partial_x & 0 & \alpha_1^0 k_0 \mu_{zx} & \alpha_2^0 k_0 \mu_{zy} & \alpha_3^0 k_0 \mu_{zz} \\ -k_0 \epsilon_r & 0 & 0 & 0 & \alpha_2^0 \partial_z & \alpha_3^0 \partial_y \\ 0 & k_0 \epsilon_r & 0 & -\alpha_1^0 \partial_z & 0 & \alpha_3^0 \partial_x \\ 0 & 0 & -k_0 \epsilon_r & -\alpha_1^0 \partial_y & -\alpha_2^0 \partial_x & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Aus (B.15) und (3.4) folgt mit Hilfe von (B.12)

$$c_\alpha^0 = (-1)^{\alpha+1}$$

und

$$\mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu_{yz} = \mu_{zy} = 0 \quad .$$

(B.16)

Sowohl aus (B.14) als auch aus (B.16) folgt die Bedingung für den Permeabilitätstensor des Materials:

$$\vec{\mu}_r = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & \mu_{xz} \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ \mu_{zx} & 0 & \mu_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

Materialien mit der hier hergeleiteten Permeabilitätstensor-Eigenschaft werden im angelsächsischen Schrifttum "Cross-Tensor medium" genannt /43/.

Anhang C

Die Inversion der Untermatrix A

Bei der Herleitung von Gl. (3.7) und (3.8) wurde angenommen, daß die Untermatrix $\underline{A}$ regulär ist. Die Zulässigkeit dieser Annahme untersuchen wir jetzt an der Mikrostreifenleitung auf gyrotropem Substrat, bei der das Substrat senkrecht zur Substratoberfläche vormagnetisiert ist. Die Matrix $\underline{A}$ ist nicht regulär, wenn im Gebiet 2 (Bild 4.1) dieses Wellenleiters (siehe Gl. (3.6))

$$\underline{B} \underline{L} = \begin{bmatrix} -\partial_y & 0 \\ 0 & \partial_x \\ 0 & -\partial_y \\ \partial_x & -jk_0 u_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{z2} \\ nH_{z2} \end{bmatrix} = 0 \quad (C.1)$$

gilt.

Die longitudinalen Feldkomponenten E_{z2} und nH_{z2} sind dann nicht Null, wenn alle zu bildenden 2×2 Determinanten aus $\underline{B}$ verschwinden. Die Lösung von (C.1) für die Mikrostreifenleitung ist:

$$\begin{aligned} E_{z2}(x,y) &= 0, \\ nH_{z2}(x,y) &= 0. \end{aligned} \quad (C.2)$$

Das sind jedoch TEM-Wellentypen, deren transversale Feldkomponenten durch (Gl. (3.6) mit $\underline{L} = 0$)

$$\begin{bmatrix}
 -\gamma_z & k_0 & 0 & 0 \\
 k_0 \epsilon_r & \gamma_z & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\gamma_z & k_0 \epsilon_r \\
 0 & 0 & k_0 \mu_1 & \gamma_z \\
 -\partial_x & 0 & j k_0 \mu_2 & \partial_y \\
 0 & \partial_y & -\partial_x & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 E_{y2} \\
 \eta H_{x2} \\
 \eta H_{y2} \\
 E_{x2}
 \end{bmatrix}
 = 0 \quad (C.4)$$

gegeben sind.

Dieses überbestimmte Gleichungssystem besitzt eine nichttriviale Lösung, wenn der Rang der 6×4 Matrix von (C.4) kleiner oder gleich 3 ist. Dieses ist dann der Fall, wenn mit $\gamma_z = j k_0 \beta$ gilt

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r}$$

oder

$$\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_1} \quad \text{wenn } \mu_1 > 0$$

(C.5)

Dabei ist angenommen worden, daß wir nur an der technisch wichtigen Lösung $\beta > 0$ interessiert sind.

Diese beiden Fälle sollen nun näher betrachtet werden.

(i) $\beta = \sqrt{\epsilon_r}$: In diesem Fall gilt $\eta H_{y2} = 0 = E_{x2}$.

Aus den letzten zwei Zeilen von (C.4) läßt sich schließen, daß $E_{y2}(x,y)$ und $\eta H_{x2}(x,y)$ unabhängig von x und y sind.

(ii) $\beta = \sqrt{\epsilon_r \mu_1}$: Dieses gilt im Fall $\mu_1 > 0$, d.h. es ist

$$\eta H_{x2} = 0 = E_{y2}$$

Aus den letzten vier Zeilen von (C.4) folgt, daß $\eta H_{y2}(x,y)$ und $E_{x2}(x,y)$ unabhängig von x und y sind.

Berücksichtigen wir die Randbedingungen an der Grundplatte bei $x = 0$ der Mikrostreifenleitung, so läßt sich feststellen, daß keine Wellen vom TEM-Typ Lösungen unseres Problems sind. Die Annahme, Matrix A sei regulär, trifft also zu.

Anhang D

Die Herleitung der Gewichtsfunktionen G_{mn} aus Gl. (4.34) und der Stetigkeitsbeweis dieser Funktionen bei Entartung der Wellengleichung aus Gl. (4.16).

Durch Anwendung der Cramerschen Regel lassen sich aus der Matrixgleichung (4.33) die Funktionen G_{mn} aus Gl. (4.34) bestimmen, d.h.

$$\begin{aligned} G_{11} &= (d_{12}Q_3 - d_{11}Q_2) / G_1, \\ G_{12} &= -(Q_2 + d_{12}Q_1) / G_1, \\ G_{21} &= (Q_6 - d_{11}Q_3 + d_{12}Q_2) / G_1, \\ G_{22} &= (Q_4 + d_{11}Q_1) / G_1, \\ G_{31} &= \{(d_{11}^2 - d_{11}L_3 - d_{12}^2) \sinh(s_3 h) + d_{12}M_3 \cosh(s_3 h)\} / G_2, \\ G_{32} &= \{(d_{11} - L_3) \sinh(s_3 h) + d_{12}B_3 \cosh(s_3 h)\} / G_2, \\ G_{41} &= -\{(d_{11}^2 - d_{11}L_1 - d_{12}^2) \sinh(s_1 h) + d_{12}M_1 \cosh(s_1 h)\} / G_2, \\ G_{42} &= \{(L_1 - d_{11}) \sinh(s_1 h) - d_{12}B_1 \cosh(s_1 h)\} / G_2 \end{aligned} \quad (D.1a)$$

mit

$$G_1 = Q_1(d_{11}^2 - d_{12}^2) - d_{12}(Q_2 + Q_5) + d_{11}(Q_3 + Q_4) - Q_6 \quad (D.1b)$$

$$G_2 = G_1 \cosh\{h(s_1 + s_3)\} / 2. \quad (D.1c)$$

Dabei sei

$$\begin{aligned} Q_1 &= \sinh\{h(s_1 + s_3)\}(B_1 - B_3) - \sinh\{h(s_1 - s_3)\}(B_1 + B_3) \\ Q_2 &= (L_3 - L_1) [\cosh\{h(s_1 + s_3)\} - \cosh\{h(s_1 - s_3)\}] \\ Q_3 &= \sinh\{h(s_1 + s_3)\}(M_3 - M_1) + \sinh\{h(s_1 - s_3)\}(M_1 + M_3) \\ Q_4 &= \sinh\{h(s_1 + s_3)\}(B_3 L_1 - B_1 L_3) + \sinh\{h(s_1 - s_3)\}(B_3 L_1 + B_1 L_3) \\ Q_5 &= (B_3 M_1 - B_1 M_3) [\cosh\{h(s_1 + s_3)\} + \cosh\{h(s_1 - s_3)\}] \\ Q_6 &= \sinh\{h(s_1 + s_3)\}(L_1 M_3 - L_3 M_1) + \sinh\{h(s_1 - s_3)\}(L_1 M_3 + M_1 L_3). \end{aligned} \quad (D.2)$$

Ist $\mu_1 < 0$ ($H_{\mu_1=0}^i < H_s^i < W_s$) und $p^2 > k_0^2(\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2)$ dann ergibt sich aus Gl. (4.19), daß s_1 (s_2) reell und s_3 (s_4) imaginär sind. Für diesen Fall kann gezeigt werden, daß die Gewichtsfunktionen G_{mn} aus (D.1a) unendlich viele Pole enthalten. Untersuchen wir dazu z.B. $G_{12} = G_{12}'/G_1$, so kann mit $s_3 = js$ ($s > 0$) die Funktion G_1 aus (D.1b) in die Form

$$G_1 = a \sin(sh) + b \cos(sh)$$

oder

$$G_1 = a^2 + b^2 \sin(sh + \varphi), \quad \text{tg } \varphi = b/a \quad (\text{D.3a})$$

gebracht werden. Die Punkte p ($p^2 > k_0^2(\epsilon_r \mu_{\text{eff}} - \beta^2)$), wobei

(i) $G_1 = 0$ und (ii) $G_{12}' = 0$ sind, werden durch

$$(i) \quad a = \pm b, \quad sh + \varphi = \pm k\pi \quad (k=0,1,2,\dots) \quad (\text{D.3b})$$

$$(ii) \quad Q_2 = -d_{12}Q_1 \quad (\text{D.3c})$$

gegeben. Es kann gezeigt werden, daß die Gleichungen (D.3b) und (D.3c) nicht identisch sind, d.h. Nullstellen von G_{12}' bzw. G_1 fallen nicht zusammen. G_{12} enthält also unendlich viele Pole.

Um das asymptotische Verhalten der in (D.1a) gegebenen Gewichtsfunktionen G_{mn} untersuchen zu können, ist es notwendig zunächst das asymptotische Verhalten der Funktionen B_v , C_v , D_v , L_v und M_v ($v=1,3$) aus Gl. (4.21) und Gl. (4.24) zu betrachten. Ist $\mu_1 > 1$ (Hb II) so gilt,

$$\lim_{p \rightarrow \infty} s_1/p = \sqrt{\mu_1},$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} s_3/p = 1,$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \text{Re}(B_1) = \beta/\sqrt{\mu_1},$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \text{Im}(pB_1) = k_0 \mu_2 (\epsilon_r - \beta^2) / \{\sqrt{\mu_1}(\mu_1 - 1)\},$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \text{Re}(B_3) = \epsilon/\beta,$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(pB_3) &= k_0 u_2 \epsilon_r (\epsilon_r - \beta^2) / \{\beta^2 (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(C_1) &= -u_2 \epsilon_r / \{\beta^2 (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(pC_1) &= -k_0 u_2^2 (\epsilon_r - \beta^2) \beta / \{\sqrt{\mu_1} (\mu_1 - 1) (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(C_3) &= -u_2 \epsilon_r / \{\beta^2 (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(C_3/p) &= 1/\beta k_0 , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(D_1) &= \beta u_2 / (\mu_1 - 1) , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(D_1/p) &= 1/k_0 , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} D_3 &= u_2 \epsilon_r / \{\beta^2 (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} L_1 &= -j u_2 / (\mu_1 - 1) , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(L_3/p) &= -1/k_0 \beta , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(L_3) &= -u_2 \epsilon_r / \{\beta^2 (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Re}(M_1/p) &= -1/(k_0 \sqrt{\mu_1}) , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} \operatorname{Im}(M_1) &= u_2 \beta / \{\sqrt{\mu_1} (\mu_1 - 1)\} , \\
 \lim_{p \rightarrow \infty} M_3 &= u_2 \epsilon_r / \{\beta (\mu_1 - 1)\} .
 \end{aligned} \tag{D.4}$$

Aus den Beziehungen (D.4) gewinnt man unmittelbar das asymptotische Verhalten der Gewichtsfunktionen, wie es in Gl. (4.47a,b) gegeben ist. Dieses asymptotische Verhalten ist unabhängig davon, welchen Hauptbereich man betrachtet.

Für den Fall der Entartung $s_1=0$ oder $s_3=0$ (Entartung nach Gl. (4.48)) können wir durch Verwendung der Hilfsfunktionen $B_i s_i$, $L_i s_i$, $M_i s_i$ beweisen, daß die Gewichtsfunktionen G'_{mn} ($m,n=1,2$) aus Gl. (D.1a) stetig sind.

Dazu schreiben wir Gl. (D.2) um in

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= A [(B_1 s_1 s_3 - B_3 s_3 s_1) T - (B_1 s_1 s_3 + B_3 s_3 s_1) S] , \\
 Q_2 &= A (s_1 L_3 s_3 - s_1 L_1 s_3) (1-C) , \\
 Q_3 &= A [(s_1 M_3 s_3 - s_1 M_1 s_3) T + (s_1 M_1 s_3 + s_1 M_3 s_3) S] , \\
 Q_4 &= A [(s_3 B_3 s_1 L_1 - s_1 B_1 s_3 L_3) T + (s_1 B_1 s_3 L_3 + s_3 B_3 s_1 L_1) S] , \\
 Q_5 &= A (s_1 M_1 s_3 B_3 - s_1 B_1 s_3 M_3) (1+C) , \\
 Q_6 &= A [(s_1 L_1 s_3 M_3 - s_1 M_1 s_3 L_3) T + (s_1 M_1 s_3 L_3 + s_3 M_3 s_1 L_1) S] .
 \end{aligned} \tag{D.5}$$

Dabei sei

$$\begin{aligned}
 A &= \cosh\{h(s_1 + s_3)\} / (s_1 s_3) , \\
 C &= \cosh\{h(s_1 - s_3)\} / \cosh\{h(s_1 + s_3)\} , \\
 S &= \sinh\{h(s_1 - s_3)\} / \cosh\{h(s_1 + s_3)\} , \\
 T &= \tanh\{h(s_1 + s_3)\}
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

Mit $Q_n = A Q_n^i$ ($n=1, \dots, 6$) und den Grenzwerten

$$\begin{aligned}
 \lim_{s_i \rightarrow 0} s_i B_i &= b_i = \frac{(\epsilon_r \mu_1 - \beta^2) \{p^2 - k_0^2 (\epsilon_r - \beta^2)\}}{p\beta(\mu_1 - 1) - jk_0 \mu_2 (\epsilon_r - \beta^2)} , \\
 \lim_{s_i \rightarrow 0} s_i L_i &= 0 , \\
 \lim_{s_i \rightarrow 0} s_i M_i &= b_i m_i = b_i (p\beta + jk_0 \epsilon_r \mu_2) / \{k_0 (\epsilon_r \mu_1 - \beta^2)\} .
 \end{aligned} \tag{D.7}$$

Diese Grenzwerte ergeben sich aus den Gleichungen (4.21) und (4.24). Z.B. ist für die Entartung $s_1 > 0$, $s_3 = 0$ Q_n^i gegeben durch

$$\begin{aligned}
 Q_1^i &= -2b_3 s_1 \tanh(s_1 h) , & Q_4^i &= 2b_3 s_1 L_1 \tanh(s_1 h) , \\
 Q_2^i &= 0 , & Q_5^i &= 2b_3 s_1 (M_1 - m_3 B_1) , \\
 Q_3^i &= 2b_3 s_1 m_3 \tanh(s_1 h) , & Q_6^i &= 2b_3 s_1 L_1 m_3 \tanh(s_1 h) .
 \end{aligned} \tag{D.8}$$

Somit erhalten wir für G_{mn} ($m, n=1, 2$) aus (D.1a)

$$\begin{aligned} \lim_{s_3 \rightarrow 0} G_{11} &= d_{12} m_3 \operatorname{tgh}(s_1 h) / G_1, \\ \lim_{s_3 \rightarrow 0} G_{12} &= d_{12} \operatorname{tgh}(s_1 h) / G_1, \\ \lim_{s_3 \rightarrow 0} G_{21} &= m_3 (L_1 - d_{11}) \operatorname{tgh}(s_1 h) / G_1, \\ \lim_{s_3 \rightarrow 0} G_{22} &= (L_1 - d_{11}) \operatorname{tgh}(s_1 h) / G_1. \end{aligned} \quad (D.9)$$

Dabei ist

$$G_1 = d_{12} (m_3 B_1 - M_1) + \operatorname{tgh}(s_1 h) \{ d_{12}^2 - d_{11}^2 + d_{11} (m_3 + L_1) - L_1 m_3 \} \neq 0. \quad (D.10)$$

Damit ist bewiesen, daß die Funktionen G_{mn} aus (D.9) keine Polstellen besitzen und stetig sind. Für alle übrigen Entartungsfälle läßt sich dies ebenso zeigen.

Anhang E

Energieabstrahlung der Mikrostreifenleitung

In Abschnitt 4.2.1 wurde das Abstrahlungsproblem teilweise behandelt, wobei gefordert worden war, daß in positiver x -Richtung ($x > h$) keine Energie abgestrahlt wird. Diese Forderung ergab die Ungleichung

$$\beta > 1 \quad (E.1)$$

In diesem Anhang wollen wir nun die Abstrahlung in der y -Richtung untersuchen. Dazu nehmen wir an, daß die Wellenausbreitung in der y -Richtung ab $y \geq y_0$ (Bild E.1) durch die Exponentialfunktion $\exp[-\alpha_y k_0(y-y_0)]$ mit $\alpha_y > 0$ gekennzeichnet wird.

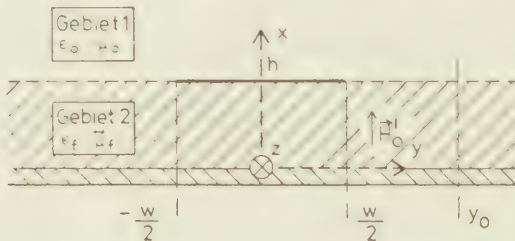


Bild E.1: Schema zur Untersuchung der Abstrahlung einer Mikrostreifenleitung

Die Wellenfelder in der Ebene $y = y_0$ mit $y_0 > w/2$ lassen sich am einfachsten in Form von sogenannten Längsschnittfeldtypen (LSE-LSM) [9, S. 224] darstellen.

Durch die Kopplung des $\vec{E}_z$ -Feldes mit dem $\vec{H}_2$ -Feld im Gebiet 2 (siehe Gl. (4.13)) müssen in das Gebiet 1 die LSM-Typen (E_x -Typen) und die LSE-Typen (H_x -Typen) gleichzeitig betrachtet werden, so daß für die Feldkomponenten in Gebiet 1 folgende Beziehungen gelten [20, S. 90 ff] :

$$\begin{aligned}
 E_{x1} &= -j\omega\mu_0 E_1 (\alpha_x^2 + 1) \exp(\arg_1) \quad , \\
 E_{y1} &= -j\alpha_x (\omega\mu_0 \alpha_y E_1 - \beta k_0 H_1) \exp(\arg_1) \quad , \\
 E_{z1} &= \alpha_x (\omega\mu_0 \beta E_1 - \alpha_y k_0 H_1) \exp(\arg_1) \quad , \\
 H_{x1} &= -j\omega\epsilon_0 \alpha_x H_1 (\alpha_x^2 + 1) \exp(\arg_1) \quad , \\
 H_{y1} &= -j(k_0 \beta E_1 + \omega\epsilon_0 \alpha_x^2 \alpha_y H_1) \exp(\arg_1) \quad , \\
 H_{z1} &= (\alpha_y k_0 E_1 + \omega\epsilon_0 \alpha_x^2 \beta H_1) \exp(\arg_1) \quad .
 \end{aligned}
 \tag{E.2a}$$

Dabei ist

$$\arg_1 = -k_0 \{ \alpha_x (x-h) + \alpha_y (y-y_0) + j\beta z \} \tag{E.2b}$$

mit $\alpha_x > 0$ (keine Abstrahlung in positiver x-Richtung), $y \geq y_0$ und $x \geq h$. E_1 und H_1 sind Amplituden-Konstanten. Da nun alle Feldkomponenten in Gebiet 1 Lösungen der homogenen Helmholtz'schen Wellengleichung (Gl. (3.16)) sind, folgt daraus die Separationsbedingung

$$\alpha_x^2 + \alpha_y^2 - \beta^2 + 1 = 0 \quad . \tag{E.3}$$

Da wir fordern, daß in y-Richtung keine Energie abgestrahlt wird, ergibt sich mit der Bedingung $\alpha_y > 0$ die Ungleichung

$$\beta > \beta_{ab} = \sqrt{1 + \alpha_x^2} \quad . \tag{E.4}$$

Durch die Kombination der Gl. (E.1) mit der Gl. (E.3) finden wir für die untere Grenze des Definitionsintervalls des Phasenmaßes β die Ungleichung

$$1 < \beta_{ab} < \infty \quad . \tag{E.5}$$

Das Gesamtfeld in Gebiet 2 kann in zwei Teile getrennt werden. Der Teil 1 enthält die Felder, die im isotropen Grenzfall ($H^i \rightarrow \infty$) in den E_x -Typ übergehen; sie werden als Felder vom

EH-Typ bezeichnet. Der Teil 2 enthält die Felder vom HE-Typ; sie gehen im isotropen Grenzfall in den H_x -Typ über. Für den EH-Wellentyp z.B. werden, bei Erfüllung der Randbedingungen an der Stelle $x = 0$, die Feldkomponenten durch /1, S. 71 ff/ gegeben

$$\begin{aligned} E_{x2} &= -j\omega\mu_0 E_2 (1 - e_x^2) \cos(k_e x) \exp(\arg_2) \quad , \\ E_{y2} &= -j\omega\mu_0 E_2 (\beta d - \alpha_y c) e_x \sin(k_e x) \exp(\arg_2) \quad , \\ E_{z2} &= \omega\mu_0 E_2 (\alpha_y d - \beta c) e_x \sin(k_e x) \exp(\arg_2) \quad , \\ H_{x2} &= jk_0 \lambda E_2 (1 - e_x^2) \sin(k_e x) \exp(\arg_2) \quad , \\ H_{y2} &= -jk_0 E_2 (\alpha_y a + \beta b) \cos(k_e x) \exp(\arg_2) \quad , \\ H_{z2} &= k_0 E_2 (\alpha_y b + \beta a) \cos(k_e x) \exp(\arg_2) \end{aligned} \quad (E.6)$$

mit

$$\arg_2 = -k_0 \{ \alpha_y (y - y_0) + j\beta z \} \quad , \quad y \geq y_0 \quad , \quad k^2 = k_0^2 \epsilon_r$$

und E_2 als Amplitudenkonstante. Die Abkürzungen a, b, c, d und λ stehen für die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} a &= k_y^2 (k_x^2 \lambda \sqrt{e_x} - \mu_2) / k_z^2 \quad , \\ b &= k_y^2 (k_x^2 - \mu_2 \lambda \sqrt{e_x}) / k_z^2 \quad , \\ c &= k_y^2 (\mu_2 \lambda \sqrt{e_x} - k_x^2) / (\sqrt{e_x} k_z^2) \quad , \\ d &= -\mu_2 \{ e_x^2 + \lambda \sqrt{e_x} (\mu_2^2 - \mu_1 k_x^2) \} / (e_x^2 \sqrt{e_x} k_z^2) \\ \lambda &= -\mu_1 \{ (\mu_{eff} - e_x) \epsilon_r + (\alpha_y^2 - \beta^2) \} / (\epsilon_r \mu_2 \sqrt{e_x}) \end{aligned} \quad (E.7a)$$

mit

$$k_x^2 = 1 - e_x \quad , \quad k_y^2 = 1 - e_x^2 \quad , \quad k_z^2 = k_x^2 - \mu_2^2 \quad . \quad (E.7b)$$

Da die z-Komponenten des Feldes die Differentialgleichungen aus Gl. (3.26) erfüllen müssen und im isotropen Grenzfall den E_x -Wellentypen ähnlich sein sollen, wird die x -Abhängigkeit e_x durch

$$e_x = \{g_2/2 - (g_2^2/4 - g_0)^{1/2}\}^{1/2} \quad (E.7c)$$

mit

$$\begin{aligned} g_2 &= (1 + \mu_1)(\beta^2 - \alpha_y^2) - 2\epsilon_r \mu_1 \\ g_1 &= \mu_1(\alpha_z^2 - \alpha_y^2 + \epsilon_r)(\beta^2 - \alpha_y^2 + \epsilon_r \mu_{eff}) \end{aligned} \quad (E.7d)$$

gegeben (siehe auch Gl. (4.17), (4.19)).

Mit den Stetigkeitsbedingungen für die Feldkomponenten in der Ebene $x = h$ ($y \geq y_0$) ergibt sich für die Größen α_x und e_x des EH-Feldtyps die transzendente Gleichung

$$c e_x \sin(ke_x h) + b \alpha_x \cos(ke_x h) = 0 \quad (E.8)$$

Zur numerischen Lösung dieser Gleichung ist die Beziehung

$$\beta^2 - \alpha_y^2 = 1 + \alpha_x^2 \quad (E.9)$$

notwendig, die man aus der Separationsbedingung (E.3) erhält. Als Lösungen der transzendenten Gleichung (E.8) ergibt sich für α_x ein diskretes Spektrum. Für die Abstrahlungsgrenze β_{ab} , welche in Bild E.2 in Abhängigkeit von H^i dargestellt ist, ist lediglich der kleinste Wert von α_x ($\alpha_x > 0$) interessant. Durch eine erweiterte Untersuchung des Abstrahlungsproblems kann gezeigt werden, daß nur die EH-Wellentypen von Interesse sind *).

Die HE-Wellentypen werden darum hier nicht weiter diskutiert.

*) KRAUSE, N.: Instituts Mitteilung

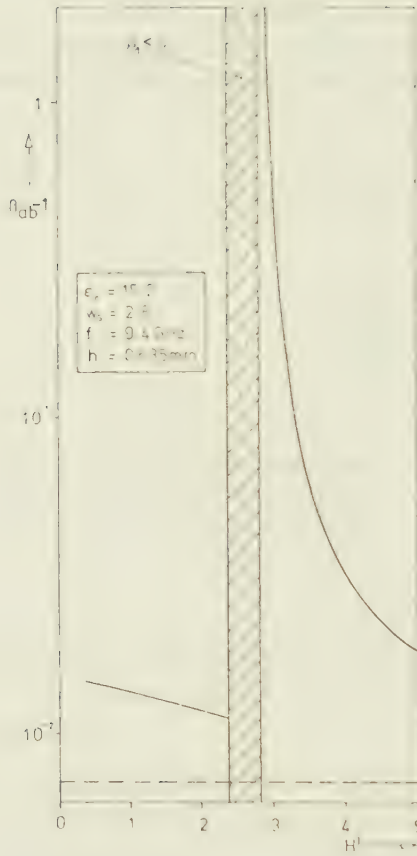


Bild E.2: Verlauf der Abstrahlungsgrenze β_{ab} als Funktion der normierten Vormagnetisierungs-Feldstärke H^1

Schrifttum

Lehr- und Fachbücher

Felder in gyrotropen Medien

- [1] WOLFF, I., Felder und Wellen in gyrotropen Mikrowellenstrukturen, Braunschweig 1973
- [2] GUREVICH, A.G., Ferrites at microwave frequencies, Heywood & Comp., London 1963
- [3] SMIT, J., WYN, H.P.J., Ferrites, Philips Technische Bibliotheek 1962
- [4] LAX, B., BUTTON, K.J., Microwave ferrites and ferrimagnetics, McGraw-Hill Book Co., New York 1962
- [5] THOURET, L., The use of ferrites at microwave frequencies, Pergamon Press, Oxford 1964
- [6] HELSZAJN, J., Microwave ferrite engineering, John Wiley & Sons, New York 1969

Allgemeine Feldtheorie

- [7] WOLFF, I., Einführung in die Mikrowellen-Streifenleitungstechnik, Teil I und Teil II, Duisburg 1974
- [8] GESCHWINDE, H., KRANK, W., Streifenleitungen, C.F. Winter'sche Verlagshandlung, Füssen 1960
- [9] COLLIN, D.S., Field theory of guided waves, McGraw-Hill Book Co., New York 1961
- [10] JONES, D.S., The theory of electromagnetism, Pergamon Press, Oxford 1964
- [11] HARRINGTON, R.F., Time harmonic electromagnetic fields, McGraw-Hill Book Co., New York 1961

- [12] STRATTON, J.A., Electromagnetic theory, McGraw-Hill Book Co., New York 1941
- [13] MITTRA, R., LEE, S.W., Analytical techniques in the theory of guided waves, Macmillan, New York 1971

Mathematik

- [14] HARRINGTON, R.F., Field computation by moment methods, Macmillan, New York 1968
- [15] MIKHLIN, S.G., Variation methods in mathematical physics, Pergamon Press, Oxford 1964
- [16] WHITTAKER, E.T., WATSON, G.N., A course of modern analysis, Cambridge University Press, 1927
- [17] BRONSTEIN, I., SEMENDJAJEW, K., Taschenbuch der Mathematik, Teubner Verlag, Leipzig 1960
- [18] ABRAMOWITZ, M., STEGUN, A., Handbook of mathematical functions, Dover Publ., Comp., New York 1965

Fachaufsätze

- [19] DESCHAMPS, G.A., Theoretical aspects of microstrip waveguides, IRE Trans. MTT-2 (1954), 100-102
- [20] ERMERT, H., Ein Verfahren zur Berechnung der Dispersion und der Feldverteilung von Wellentypen auf einer Mikrostreifenleitung, Habilitationsschrift, Fachbereich Ingenieurwissenschaften der Universität Erlangen-Nürnberg, 1975
- [21] DENLINGER, E.J., A frequency dependent solution for microstrip transmission lines, IEEE Trans. MTT-19 (1971), 30-39
- [22] ITOH, T., MITTRA, R., Spectral-domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines, IEEE Trans. MTT-21 (1973), 496-499

- [23] VAN DE CAPELLE, A.R., LUYPERT, P.J., Fundamental and higher order modes in open microstrip lines, Electronics Letters, 9 (1973), 345-346
- [24] ITOH, T., MITTRA, R., A technique for computing dispersion characteristics of shielded microstrip lines, IEEE Trans. MTT-22 (1974), 896-898
- [25] JANSEN, R., A moment method for covered microstrip dispersion, AEO, 29 (1975), no. 1, 17-20
- [26] ARDITI, M., Experimental determination of the properties of microstrip components, IRE Conention Record, pt. 10 (1953), 27-37
- [27] BRODWIN, M.E., Propagation in ferrite-filled microstrip, IRE Trans. MTT-6 (1958), 150-155
- [28] MINOR, J.C., BOLLE, D.M., Modes in the shielded microstrip on a ferrite substrate transversely magnetized in the plane of the substrate, IEEE Trans. MTT-19 (1971) 570-577
- [29] ZYSMAN, G.I., VARON, D., Wave propagation in microstrip transmission lines, IEEE G-MTT Int. Microwave Symp. Dig. (1969), 3-9
- [30] KANEKI, T., Variational analysis for a ferrite-substrate microstrip, Electr. and Comm. in Japan, vol. 54-B, no. 11, (1971), 40-44
- [31] HOFMANN, H., Dispersion of the ferrite-filled microstrip line, AEO, 28 (1974), 223-227
- [32] HAYASHI, Y., FUJIKI, Y., SUZUKI, M., Analytical method for microstrip transmission line with magnetized ferrite slab, Electr. and Comm. in Japan, vol. 54-B., no. 11, (1971), 54-61

- [33] HINES, M.E., Reciprocal and nonreciprocal modes of propagation in ferrite stripline and microstrip devices, IEEE Trans. MTT-19 (1971), 442-451
- [34] POLDER, D., On the theory of ferromagnetic resonance, Phil. Mag., 40 (1949), 99-115
- [35] BOLLE, D.M., LEWIN, L., On the definitions of parameters in electromagnetic wave interactions, IEEE Trans. MTT-21 (1973), 118
- [36] WOLFF, I., Ober Wellen und Felder in axial vormagnetisierten Ferritzylindern, AEO, 21 (1967), 597-602
- [37] BRAND, H., Magnetisch durchstimmbare Mikrowellenresonatoren aus polykristallinen Ferritquadern, AEO, 18 (1964) 371-379
- [38] BRAND, H., DÖRING, H., Theorie und Anwendung magnetostatischer und magnetodynamischer Eigenschwingungen in Mikrowellenferriten, Telefunken-Zeitung, Jahrg. 39 (1966), H. 3/4, 398-463
- [39] BRAND, H., FIEWEGER, H.W., Ferromagnetic resonance linewidth and g-factor in ferrites from 2 to 8 Gc/s, IEEE Trans. MTT-13 (1965), 712-713
- [40] TAI, C.T., The effect of a grounded slab on the radiation from a line source, J. Appl. Phys., vol. 22, No. 4 (1951), 405-414
- [41] BROWN, J., The types of waves which may exist near a guided surface, Proc. IEE, vol. 100 (1953), 363-364
- [42] WOLFF, I., Offene Mikrowellenresonatoren, NTZ, H. 6 (1971), 299-306
- [43] GARDIOL, F.E., Anisotropic slabs in rectangular waveguides, IEEE Trans. MTT-18 (1970), 461-467

- [44] HELLMAN, M.E., PALOCZ, I., The effect of neighboring conductors on the currents and fields in plane parallel transmission lines, IEEE Trans. MTT-17 (1969), 254-259
- [45] KNORR, J.B., KUCHLER, K.D., Analysis of coupled slots and coplanar strips on dielectric substrate, IEEE Trans. MTT-23 (1975), 541-548
- [46] COHN, S.B., Slot line on a dielectric substrate, IEEE Trans. MTT-17 (1969), 768-778
- [47] ERMERT, H., Accurate measurement of complex permittivity of low-loss MIC substrate slabs, NTZ, H. 1 (1974), 43-46
- [48] MEIXNER, J., The behaviour of electromagnetic fields at edges, IEEE, AP-20 (1972), 442-446
- [49] DENLINGER, E.J., Dynamic solutions for single and coupled microstrip lines, Technical Report No. 470, Nov. 1969, Lincoln Lab., Massachusetts Inst. of Technology (Lexington, USA)
- [50] BRYANT, T.G., WEISS, J.A., Parameters of microstrip transmission lines and of coupled pairs of microstrip lines, IEEE Trans. MTT-16 (1968), 1021-1027
- [51] MITTRA, R., Relative convergence of the solution of a double infinite set of equations, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 67 D., No. 2, (1963), 245-254
- [52] KLEIN, C., MITTRA, R., Stability of matrix equations arising in electromagnetics, IEEE Trans. AP-21 (1973), 902-905
- [53] SANTIS de, J., Edge-guided modes in ferrite microstrips with curved edges, Appl. Phys. 4 (1974), 167-174
- [54] COLLIVER, D.J., GRAY, K.W., JOYCE, B.D., Novel type of MIC symmetrical 3-port circulator, Electr. Lett. 8 (1972), 12-13

- [55] HOFMANN, H., Messung der Dispersion des Phasenkoeffizienten von Streifenleitungen auf vormagnetisiertem Ferritsubstrat, AEO, 29 (1975), 229-230
- [56] ITOH, T., MITTRA, R., Dispersion characteristics of slot lines, Electr. Lett. 7 (1971), 364-365
- [57] COURTOIS, L., VECCHIS de, M., A new class of nonreciprocal components using slot line, IEEE Trans. MTT-23 (1975), 511-516
- [58] MARIANI, E.A., HEINZMAN, C.P., AGROIS, J.P., COHN, S.B., Slot line characteristics, IEEE Trans. MTT-17 (1969), 1091-1096
- [59] ERMERT, H., Guided modes and radiation characteristics of covered microstrip lines, AEO, 30 (1976), 65-70

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Hochfrequenztechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt. Herrn Prof. Dr.-Ing. H. BRAND, dem Vorstand dieses Institutes; danke ich herzlich dafür, daß er die Durchführung dieser Arbeit ermöglicht und sie durch tatkräftige Unterstützung gefördert hat. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. R. UNBEHAUEN für die Übernahme des Korreferates. Weiterhin gilt mein Dank den Herren Dr.-Ing. H. ERMERT und Dipl.-Ing. E. KREUTZER für viele wertvolle Diskussionen und Anregungen. Die numerischen Berechnungen wurden auf dem Rechner TR 440 der Informatik-Rechnerabteilung der Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt. Den Mitarbeitern dieser Abteilung danke ich für die gute Zusammenarbeit.

Der Verfasser

Lebenslauf des Verfassers

10.12.1944	geboren in Oudenbosch/Niederlande als Sohn des Johannes Borburgh und dessen Ehefrau Johanna, geb. Mulders
Sept. 1951 bis Aug. 1960	Lagere- und U.L.O. School in Oudenbosch
Sept. 1960 bis Aug. 1963	U.T.S. "Albertus Magnus School", Breda/Ndl.
Sept. 1963 bis Aug. 1967	H.T.S. "St. Virgilius", Breda
Sept. 1967 bis Nov. 1968	Pflichtwehrdienst beim "Geneeskundige Troepen van de Koninklijke Landmacht"
Mai 1968	Aufnahmeprüfung für die Technische Hochschule Delft/Ndl.
Nov. 1968 bis Nov. 1972	Studium der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Delft (TH Delft)
Aug. 1970 bis Aug. 1971	Lehrer (Physik, Mathem.) an der R.K.-M.A.V.O., Gouda/Ndl.
Febr. 1971 bis April 1973	Lehrer (Allgem. Elektrotechnik u. Energietechnik) an der H.T.S. "Rijswijk", Rijswijk/Ndl.
24. Juni 1969	Propädeutisches Examen I (TH Delft)
15. Juni 1970	Propädeutisches Examen II (TH Delft)
29. Okt. 1970	Diplomvorprüfung (Kandidaatsexamen, TH Delft)
9. März 1972	Diplom-Hauptprüfung I (Doctoraal examen I, TH Delft)
23. März 1972	Diplom-Hauptprüfung II (Doctoraal examen II, TH Delft)
seit dem 1. April 1973	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Hochfrequenztechnik der Universität Erlangen-Nürnberg (Institutsleiter: Prof. Dr.-Ing. Hans Brand)

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197